CIENCIA Y VIDA

LOUIS DE BROGLIE

PREMIO NOBEL

LA FISICA NUEVA Y LOS CUANTOS



EDITORIAL LOSADA · S.A.

BUENOS AIRES

LA
FISICA NUEVA
Y LOS CUANTOS



LA FÍSICA NUEVA
Y
LOS CUANTOS

CIENCIA Y VIDA

COLECCIÓN DIRIGIDA
POR EL DOCTOR
FELIPE JIMÉNEZ DE ASÚA

R. Rivoire: LA CIENCIA DE LAS HORMONAS. (3ª edición, con un apéndice del Dr. Juan Cuatrecasas.)

Louis de Broglie: LA FÍSICA NUEVA Y LOS CUANTOS. (3ª edición.)

Albert Einstein y Leopold Infeld: LA FÍSICA, AVENTURA DEL PENSAMIENTO. (3ª edición.)

Jean Lhermite: LOS MECANISMOS DEL CEREBRO. (2ª edición.)

R. Fülöp-Miller: EL TRIUNFO SOBRE EL DOLOR (HISTORIA DE LA ANESTESIA). (3ª edición.)

S. Metalnicov: LA LUCHA CONTRA LA MUERTE (3ª ed.)

Paul de Kruif: LOS VENCEDORES DEL HAMBRE. (3ª ed.)

Julian Huxley: LA HERENCIA Y OTROS ENSAYOS DE CIENCIA POPULAR. (2ª edición.)

A. I. Oparin: EL ORIGEN DE LA VIDA. (2ª edición.)

J. C. Crowther: ESQUEMA DEL UNIVERSO. (2ª edición.)

Max Planck: ¿ADÓNDE VA LA CIENCIA? (2ª edición.)

Thomas Hunt Morgan: EMBRIOLOGÍA Y GENÉTICA. (2ª edición.)

Eugen Steinach: SEXO Y VIDA. (2ª edición.)

Walter Shepherd: LA CIENCIA AVANZA. (2ª edición.)

Jonathan Norton Leonard: LOS CRUZADOS DE LA QUÍMICA. (2ª edición.)

Iago Galdston: HASTA LLEGAR A LAS SULFAMIDAS.

Ada Silvia Colla: CÓMO VIVEN LAS PLANTAS.

J. P. Lockart-Mummery: EL ORIGEN DEL CÁNCER.

Julian Huxley: LA EVOLUCIÓN.

H. S. Jennings y otros: ASPECTOS CIENTÍFICOS DEL PROBLEMA RACIAL.

LOUIS DE BROGLIE
DEL INSTITUTO DE FRANCIA, PROFESOR DE LA FACULTAD DE CIENCIAS DE PARIS
PREMIO NOBEL

LA FÍSICA NUEVA Y LOS CUANTOS

(TERCERA EDICIÓN)



EDITORIAL LOSADA, S. A.
BUENOS AIRES

Traducción del francés por *Juan Guixé*

Revisada por *Cora Ratto de Sadosky*

Queda hecho el depósito que
previene la ley núm. 11.723

Escaneo original: ***Angel Guillén***
Reprocesamiento de imágenes y digitalización final: ***The Doctor***

IMPRESO EN LA ARGENTINA

Este libro se terminó de imprimir el día 28 de julio de 1947 en Artes Gráficas Bartolomé U. Chiesino, Ameghino 838, Avellaneda - Buenos Aires.

INTRODUCCION

IMPORTANCIA DE LOS CUANTOS

1. — Por qué es necesario conocer los cuantos

Muchas personas al echar una ojeada sobre la cubierta de este libro se sentirán intimidadas al ver estas palabras misteriosas: los cuantos.* En efecto, el gran público tiene algunas ideas vagas — ¡con frecuencia muy vagas! — sobre la teoría de la relatividad, de la cual se habló mucho hace algunos años, pero creo que ese mismo público tiene pocas ideas — y vagas — sobre la teoría de los cuantos. Hay que reconocer que ello es excusable, pues los cuantos son una cosa muy misteriosa. Tenía yo veinte años cuando comencé a ocuparme de ellos y hace por tanto un cuarto de siglo que medito sobre el tema. Pues bien, debo confesar humildemente que he llegado en mis meditaciones a comprender algo mejor algunos de sus aspectos, pero no sé todavía con exactitud lo que se oculta detrás de la máscara que cubre su faz.

* Hemos traducido por *cuantos* el término "quanta", usado por el autor francés, considerando correcto adoptar el término castellano de uso habitual entre los físicos de nuestra lengua y que, por otra parte, corresponde justamente al concepto que mediante él se expresa. — *N. del T.*

Sin embargo, me parece que puede afirmarse una cosa: a pesar de la importancia y extensión de los adelantos realizados por la física en los últimos siglos, en tanto que los físicos han ignorado la existencia de los cuantos nada pudieron comprender sobre la naturaleza íntima y profunda de los fenómenos físicos, pues sin los cuantos no habría ni luz, ni materia y, si se me permite parafrasear un texto evangélico, puede decirse que nada de aquello que ha sido hecho se ha hecho sin ellos.

Se concibe, pues, qué inflexión esencial ha seguido el curso de nuestra ciencia humana en su desarrollo el día en que los cuantos, subrepticiamente, se introdujeron en ella. El vasto y grandioso edificio de la física clásica se estremeció aquel día en sus fundamentos, sin que al principio nadie se diera exacta cuenta de ello. Hay pocos cataclismos en la historia del mundo intelectual comparables a éste.

Hoy es cuando comenzamos a medir la extensión de la revolución llevada a cabo. La física clásica, fiel al ideal cartesiano, nos mostraba el universo como análogo a un inmenso mecanismo susceptible de ser descripto con absoluta precisión por la localización de sus partes en el espacio y modificación en el decurso del tiempo, mecanismo cuya evolución, en principio, podía ser prevista con rigurosa exactitud cuando se poseía cierto número de datos acerca de su estado inicial. Pero tal concepción descansaba sobre ciertas hipótesis implícitas que se admitían casi sin advertirlo. Una de estas hipótesis era que el marco del espacio y del tiempo, en el cual buscamos casi instintivamente localizar todas nuestras sensaciones, es un marco perfectamente rígido y determinado en el que cada acontecimiento físico puede, en principio, ser rigurosamente localizado independientemente de todos los procesos dinámicos que se desarrollan en él. De acuerdo a tal principio, todas las evoluciones del mundo físico están representadas necesariamente por las modificaciones de los estados locales del espacio en el transcurso del tiempo, y por eso, en la ciencia

clásica, las magnitudes dinámicas, tales como la energía y la cantidad de movimiento, aparecían como magnitudes derivadas, construídas con ayuda del concepto de velocidad, sirviendo así la cinemática de base a la dinámica. Muy diferente es el punto de vista de la física cuántica. La existencia del quantum de acción, sobre la que tendremos que volver con tanta frecuencia en el curso de esta obra, implica en efecto una especie de incompatibilidad entre el punto de vista de la localización en el espacio y el tiempo y el punto de vista de la evolución dinámica. Cada uno de esos puntos de vista es susceptible de ser utilizado para la descripción del mundo real, pero no es posible adoptarlos simultáneamente en todo su rigor. La localización exacta en el espacio y en el tiempo es una especie de idealización estática, que excluye toda evolución y todo dinamismo; la idea de estado de movimiento, tomada en toda su pureza es, por el contrario, una idealización dinámica que en principio es contradictoria respecto a los conceptos de posición y de instante. En las teorías cuánticas, la descripción del mundo físico sólo se puede hacer utilizando más o menos una u otra de esas dos imágenes contradictorias: por tanto, resulta de una especie de compromiso; y las famosas relaciones de incertidumbre de Heisenberg nos dicen en qué medida ese compromiso es posible. Resulta de las ideas nuevas, entre otras consecuencias, que la cinemática deja de ser una ciencia con sentido físico. En mecánica clásica está permitido estudiar lo que son en sí mismos los desplazamientos en el espacio, y definir así las velocidades, las aceleraciones, sin tener que ocuparse de la manera como se realizan materialmente esos desplazamientos: de este estudio abstracto de los movimientos, nos elevamos a la diámica, introduciendo algunos principios físicos nuevos. Semejante división de la exposición, no es en principio admisible en la mecánica cuántica, puesto que la localización espacio-temporal, base de la cinemática, solamente es aceptable en la medida que depende de las

condiciones dinámicas del movimiento. Más adelante veremos por qué es, sin embargo, perfectamente legítimo servirse de la cinemática al estudiar los fenómenos en gran escala; pero para los fenómenos de la escala atómica, en que los cuantos desempeñan un papel preponderante, puede decirse que la cinemática, definida como el estudio del movimiento realizado independientemente de toda consideración dinámica, pierde por completo su significado.

Otra hipótesis implícita subyacente en la física clásica es la posibilidad de hacer despreciable por precauciones apropiadas, la perturbación que ejerce sobre el curso de los fenómenos naturales el sabio que, para estudiarlos con precisión, los observa y los mide. En otros términos, se admite que en la experiencias bien hechas, la perturbación en cuestión puede hacerse tan pequeña como se quiera. Esta hipótesis se cumple siempre sensiblemente para los fenómenos en gran escala, pero deja de verificarse para los fenómenos del mundo atómico. En efecto, de la existencia del quantum de acción resulta, como lo han demostrado los finos y profundos análisis de Heisenberg y Bohr, que toda tentativa para medir una magnitud característica de un sistema dado tiene por efecto el perturbar de un modo desconocido otras magnitudes ligadas a ese sistema. De un modo más preciso, toda medida de una magnitud, que permite precisar la localización de un sistema dado en el espacio y en el tiempo, tiene por efecto perturbar de una manera desconocida una magnitud conjugada de la primera, que sirve para especificar el estado dinámico del sistema. En particular, es imposible medir al mismo tiempo con precisión dos magnitudes conjugadas. Se comprende entonces en qué sentido puede decirse que la existencia del quantum de acción hace incompatible la localización espacio-temporal de las partes de un sistema y el atribuir a este sistema un estado dinámico bien definido, ya que para localizar las partes del sistema hay que conocer exactamente una serie de magnitudes

cuyo conocimiento excluye el de las magnitudes conjugadas relativas al estado dinámico, e inversamente. La existencia de los cuantos impone un límite inferior, de un género muy particular, a las perturbaciones que el físico puede ejercer sobre los sistemas que estudia. De este modo se subvierte una de las hipótesis que servían implícitamente de base a la física clásica, y las consecuencias de este hecho son considerables.

De lo precedente resulta que nunca puede conocerse con precisión más que la mitad de las magnitudes cuyo conocimiento sería necesario para la descripción exacta del sistema conforme a las ideas clásicas. El valor de una magnitud característica del sistema es, en efecto, tanto más incierto cuanto más exactamente conocido es el valor de la magnitud conjugada. De ahí se deduce una importante diferencia entre la antigua y la nueva física en lo que se refiere al determinismo de los fenómenos naturales. En la antigua física, el conocimiento simultáneo de las magnitudes que fijan la posición de las partes de un sistema y de las magnitudes dinámicas conjugadas permitió, al menos en principio, el cálculo riguroso del estado del sistema en un instante ulterior. Conociendo con precisión los valores xo, yo... de las magnitudes que caracterizan un sistema en el instante to, se podía prever sin ambigüedad qué valores x, y... se encontrarían para esas magnitudes si se las determinase en un instante ulterior t. Esto resultaba de la forma de las ecuaciones básicas de las teorías mecánicas y físicas y de las propiedades matemáticas de esas ecuaciones. Esta posibilidad de previsión rigurosa de los fenómenos futuros a partir de los fenómenos actuales, posibilidad que implica que el porvenir está contenido en cierto modo en el presente y que no le añade nada, constituía lo que se ha llamado el determinismo de los fenómenos naturales. Pero esta posibilidad de previsión rigurosa requiere el conocimiento exacto en un mismo instante de las variables de localización espacial y de las variables dinámicas conjugadas; ahora

bien este conocimiento es precisamente el que la física cuántica considera ahora como imposible. De ahí resulta un cambio considerable en la manera cómo los físicos (o por lo menos la mayoría de ellos) conciben hoy el poder de previsión de las teorías físicas y el encadenamiento de los fenómenos naturales. Habiendo determinado, con las incertidumbres de que están necesariamente afectados en la teoría cuántica, los valores de las magnitudes que caracterizan un sistema en el instante t_0, el físico no puede ya predecir exactamente cuál será el valor de esas magnitudes en un instante ulterior; puede solamente anunciar cuál es la probabilidad que hay para que una determinación de esas magnitudes en un instante ulterior t suministre ciertos valores. El lazo entre los resultados sucesivos de las medidas, que traducen para el físico el aspecto cuantitativo de los fenómenos, ya no es un lazo causal conforme al esquema determinista clásico, sino más bien un lazo de probabilidad, sólo compatible con las incertidumbres que se derivan, como hemos explicado más arriba, de la existencia misma del quantum de acción. Y es ésta una modificación esencial de nuestra concepción de las leyes físicas, modificación cuyas consecuencias filosóficas se está lejos, a nuestro parecer, de haber advertido todavía claramente.

De la evolución reciente de la física teórica se desprenden dos ideas de un alcance general considerable: la de complementaridad en el sentido empleado por Bohr y la de la limitación de los conceptos. Bohr ha sido el primero en hacer observar que en la nueva física cuántica, bajo la forma que le ha impreso el desarrollo de la mecánica ondulatoria, las ideas de corpúsculo y de onda, de localización en el espacio y el tiempo y de estados dinámicos bien definidos son "complementarias"; entiende por esto que la descripción completa de los fenómenos observables requiere que se empleen alternadamente estas concepciones, pero que en un sentido esas concepciones son, sin embargo, inconciliables, ya que las imágenes que suministran jamás son simultáneamente aplicables de modo completo a la descripción de la realidad. Por ejemplo, un gran número de hechos observados en física atómica no pueden traducirse simplemente sino evocando la idea de los corpúsculos, de modo que el empleo de esta idea puede ser considerado como indispensable para el físico; de la misma manera la idea de las ondas es igualmente indispensable para la descripción de un gran número de fenómenos. Si una de esas dos ideas fuera rigurosamente adaptada a la realidad, excluiría completamente la otra; pero sucede de hecho que ambas son útiles, en cierta medida, para la descripción de los fenómenos y que, a pesar de su carácter contradictorio, deben ser empleadas alternativamente según los casos. Lo mismo sucede con las ideas de localización en el espacio y el tiempo, y de estado dinámico bien determinado; también son "complementarias" como las ideas de corpúsculos y de ondas, a las cuales están por otra parte estrechamente ligadas como veremos. Cabe preguntarse cómo esas imágenes contradictorias nunca llegan a enfrentarse. Ya hemos indicado la razón de ello; las dos imágenes complementarias no pueden enfrentarse porque es imposible determinar simultáneamente todos los detalles que permitirían precisar enteramente esas dos imágenes, y esta imposibilidad que en lenguaje analítico es expresada por las relaciones de incertidumbre de Heisenberg descansa en definitiva sobre la existencia del quantum de acción. De este modo aparece en toda su claridad el papel decisivo desempeñado por el descubrimiento de los cuantos en la evolución de la física teórica contemporánea.

A la complementaridad en el sentido de Bohr, está estrechamente unida la limitación de los conceptos. Imágenes simples como las de corpúsculo, de onda, de punto bien localizado en el espacio, de estado de movimiento perfectamente definido, son en suma abstracciones, idealizaciones. En numerosos casos estas idealizacio-

nes se encuentran realizadas aproximadamente en la naturaleza, pero tienen sin embargo sus límites de aplicación; la validez de cada una de esas idealizaciones está limitada por la validez de la idealización "complementaria". Así, puede decirse que los corpúsculos existen, puesto que un gran número de fenómenos pueden ser interpretados invocando su existencia. Sin embargo, en otros fenómenos el aspecto corpuscular está más o menos velado y es un aspecto ondulatorio el que se manifiesta. Las idealizaciones más o menos esquemáticas que construye nuestro espíritu son susceptibles de representar ciertos aspectos de las cosas, pero entrañan limitaciones y no pueden contener en sus marcos rígidos toda la riqueza de la realidad.

No queremos alargar demasiado este primer bosquejo de las perspectivas nuevas que nos ha hecho entrever el desarrollo de la física cuántica. Ya tendremos ocasión de retomar una a una todas estas cuestiones, completándolas y profundizándolas, en el curso de este volumen. Lo dicho basta para mostrar al lector cuán profundo es el interés que encierra la teoría de los cuantos: no solamente ha vivificado la física atómica, es decir, la rama más viva actualmente y más apasionante de la ciencia física, sino que también ha renovado indiscutiblemente nuestros horizontes e introducido un cierto número de maneras de pensar nuevas, las cuales dejarán, sin duda alguna, profundas huellas en las futuras expansiones del pensamiento humano. Por estos motivos, la física de los cuantos no sólo interesa a los especialistas, sino que merece atraer la atención de todos los hombres cultos.

2. — La mecánica y la física clásicas son aproximaciones

Quisiéramos ahora examinar rápidamente qué valor conserva, a juicio del físico de los cuantos, el conjunto de la mecánica y la física clásicas. Es evidente que

conservan prácticamente todo su valor en el terreno de los hechos para el cual han sido creadas y en el que han sido verificadas. El descubrimiento de los cuantos no impide que sigan teniendo su valor las leyes de la caída de los cuerpos pesados o las de la óptica geométrica. Cada vez que una ley ha sido verificada de una manera incontestable con cierto grado de aproximación (toda verificación comporta siempre cierto grado de aproximación), es un resultado adquirido definitivamente y que ninguna especulación posterior puede derribar. Si no fuera así, ninguna ciencia sería posible. Pero puede muy bien suceder que a la luz de nuevos hechos experimentales o de nuevas concepciones teóricas se esté conducido a considerar las leyes anteriormente verificadas sólo como aproximadas, es decir, a admitir que, si se pudiera aumentar indefinidamente la precisión de las verificaciones, ellas no se verificarían por ella más exactamente. Esto ha sucedido muchas veces en el transcurso de la historia de la ciencia. Así, las leyes de la óptica geométrica — por ejemplo la propagación rectilínea de la luz — aunque han sido verificadas con precisión y consideradas primero como rigurosas, aparecieron como aproximaciones el día en que se descubrieron los fenómenos de difracción y el carácter ondulatorio de la luz. Por ese procedimiento de aproximaciones sucesivas, la ciencia es susceptible de progresar sin contradecirse. Los edificios constituídos sólidamente por ella no son derribados por los progresos ulteriores, sino englobados en edificios más vastos.

De este modo es como pueden mirarse la mecánica y la física clásicas como entrando en los marcos de la física cuántica. La mecánica y la física clásicas han sido edificadas para dar cuenta de los fenómenos que se desarrollan en nuestra escala, y son valederas también para las escalas superiores, las escalas astronómicas. Pero, si se desciende a la escala atómica, la existencia de los cuantos limita su validez. ¿Por qué sucede así? Porque el valor del quantum de acción medido

por la famosa constante de Planck es extraordinariamente pequeño en relación a nuestras unidades usuales, es decir, en relación a las magnitudes que intervienen en nuestra escala. Las perturbaciones introducidas por la existencia de los cuantos, en particular las incertidumbres de Heisenberg, son demasiado pequeñas en las condiciones usuales en nuestra escala para ser perceptibles; son, en efecto, mucho más débiles que los inevitables errores experimentales de que están afectadas las verificaciones de las leyes clásicas.

A la luz de las teorías cuánticas, la mecánica y la física clásicas aparecen, pues, como si en principio no fueran rigurosamente exactas; mas su inexactitud está enteramente oculta en las condiciones usuales por los errores experimentales, de modo que constituyen para los fenómenos de nuestra escala excelentes aproximaciones. Se encuentra por consiguiente ahí el proceso habitual seguido por el progreso científico: los principios bien fundados, las leyes bien verificadas se conservan, pero no pueden ser consideradas como valederas, sino a título de aproximaciones para ciertas categorías de hechos.

Tal vez, en presencia de esta validez respecto a los hechos de nuestra escala de la mecánica o de la física clásicas donde los cuantos no intervienen, se sienta la tentación de decirnos: "En suma, los cuantos no tienen toda la importancia que usted les atribuye, ya que, en todo el inmenso dominio en el cual la mecánica y la física clásicas son valederas, dominio que alcanza en particular el de las aplicaciones prácticas, los cuantos pueden ser completamente dejados de lado". Tal manera de ver no nos parece justificada. Primero, en el dominio tan vital, tan importante, tan pleno de posibilidades futuras, de la física atómica y nuclear, los cuantos desempeñan un papel esencial y es totalmente imposible interpretar los fenómenos sin hacerlos intervenir. Después, en la física macroscópica, los cuantos, aunque velados en razón de su pequeñez por

la ineluctable imprecisión de las medidas, están, sin embargo, allí, y su existencia entraña, en principio, todas las consecuencias que hemos enunciado: si prácticamente estas consecuencias no tienen influencia apreciable, esto no quita nada a su alcance general y filosófico. El conocimiento y el estudio del quantum de acción es hoy una de las bases esenciales de la filosofía natural.

Capítulo Primero

LA MECANICA CLASICA

1.— Cinemática y dinámica

No tenemos en modo alguno la intención de intentar, en los marcos de un capítulo tan corto, un análisis o una crítica, aunque sea sumaria, de los principios de la mecánica clásica. Para realizar una u otra, no bastaría un volumen entero y, por otra parte, una y otra han sido realizadas por eminentes sabios. Quisiéramos sólo insistir sobre algunos puntos particulares, precisamente sobre aquellos que nos parecen interesantes en relación al tema que tratamos.

Los tratados de mecánica racional distinguen dos clases de estudios de un carácter muy diferente: el estudio de la cinemática y el de la dinámica (de la cual la estática constituye en suma un caso particular). Merece la pena, por su importancia, reflexionar un poco sobre esta división de la mecánica clásica, pues ésta descansa sobre hipótesis que, como hemos indicado ya brevemente en la introducción, no parecen justificadas cuando se miran desde el punto de vista cuántico. En efecto: ¿qué es la cinemática y por qué se coloca su estudio antes que el de la dinámica? La cinemática es, por definición,

el estudio de los movimientos que se efectúan en el transcurso del tiempo en el marco del espacio de tres dimensiones, estudio hecho independientemente de las leyes físicas de esos movimientos. Parece completamente natural colocar el examen de la cinemática antes que el de la dinámica, pues parece completamente lógico estudiar *in abstracto* las diversas clases de movimientos en el espacio antes de preguntarse por qué razones y según qué leyes tal o cual movimiento se produce efectivamente en tal o cual circunstancia. Pero por natural que parezca esta manera de ver, incluye sin embargo una hipótesis que hasta estos últimos momentos escapó a los espíritus más avisados. En efecto, está evidentemente permitido al matemático estudiar los movimientos en el espacio de tres dimensiones en función de un parámetro que se identificará con el tiempo. Pero se trata de saber si este estudio abstracto es utilizable necesariamente, como se admitía antaño sin discusión, cuando se quiere pasar al estudio del movimiento real de los objetos físicos. El paso clásico de la cinemática a la dinámica implica, en efecto, la hipótesis de que la localización de los objetos físicos, en el marco abstracto del espacio de tres dimensiones y del tiempo, es posible independientemente de las propiedades intrínsecas de estos objetos físicos, de su masa por ejemplo. Ahora bien, es cierto que los cuerpos materiales que nos rodean y que están en nuestra escala se dejan localizar muy bien en el espacio y en el tiempo. Son las propiedades de esos cuerpos y en particular las de los cuerpos sólidos, las que nos han llevado a imaginar el espacio de tres dimensiones en el cual los suponemos sumergidos; y son los movimientos de esos cuerpos los que nos han permitido dar una definición precisa del transcurso del tiempo y de su medida. Es, pues, muy natural que para aquellos cuerpos el método seguido por la mecánica racional fuera acertado y llevara a los felices éxitos conocidos. Pero es una extrapolación demasiado atrevida suponer, como se hizo al principio del desarrollo de la

física atómica, que la posibilidad de localizar los objetos físicos en el espacio de tres dimensiones y en el tiempo pueda extenderse sin modificación a los corpúsculos elementales de la materia, es decir, a los objetos extraordinariamente livianos. En realidad, las concepciones clásicas de espacio y tiempo no son ya valederas para esos objetos últimos, y no podemos utilizarlos sino a costa de restricciones y de incertidumbres, que dan el aspecto más extraño a la teoría de los cuantos. Más adelante examinaremos esta cuestión detalladamente. Por el momento, nos basta con haber señalado sobre qué hipótesis implícita, cuya validez no está garantizada sino por los objetos de nuestra escala, se apoyaba el método seguido por la mecánica clásica para la descripción y estudio del movimiento de los cuerpos materiales.

2. — Las leyes newtonianas de la dinámica del punto material

Habiendo tomado como base la posibilidad de representar exactamente los objetos físicos en el marco del espacio y del tiempo, la mecánica clásica comienza por el caso más sencillo, es decir por el de un objeto físico dotado de masa, de dimensiones despreciables. Esta imagen esquemática de un grano elemental de materia, que la mecánica racional coloca así al principio de la exposición de las leyes de la dinámica, está completamente de acuerdo con la concepción de una estructura discontinua de la materia; y cuando los físicos trataron, hace medio siglo, de representarse la materia como un conjunto de corpúsculos elementales en movimiento, encontraron naturalmente en la dinámica del punto material el instrumento que necesitaban para sus investigaciones teóricas.

La dinámica del punto material parte del principio de la inercia, según el cual un punto material que no está sometido a ninguna acción exterior conserva el mismo

estado de movimiento (o de reposo) en el curso del tiempo. Por lo menos, este enunciado es exacto cuando se refiere el movimiento del punto material a ciertos sistemas de ejes de referencia llamados "sistemas galileanos", por ejemplo, a un sistema ligado al conjunto de las estrellas fijas. El papel privilegiado de estos sistemas galileanos era interpretado de la manera siguiente: concebido el espacio de tres dimensiones en el cual están localizados los objetos físicos, como teniendo un sentido absoluto, los sistemas de ejes galileanos son aquellos que están en reposo o en movimiento rectilíneo y uniforme con relación al espacio absoluto.

Según el principio de inercia, el movimiento de un punto material libre es un movimiento rectilíneo uniforme de velocidad constante pudiendo reducirse a reposo si la velocidad es nula. Es, pues, completamente natural suponer que si el punto material está sometido a una fuerza, el efecto de esta fuerza es hacer variar la velocidad. La hipótesis más sencilla es, entonces, admitir que la variación instantánea de la velocidad es proporcional a la fuerza, siendo el coeficiente de proporcionalidad tanto más pequeño cuanto el punto material considerado oponga más inercia a la variación de velocidad. Se está por tanto obligado a caracterizar el punto material por un coeficiente de inercia, su masa: la ley fundamental de la dinámica del punto material será entonces que la aceleración del punto material es igual, en cada instante, al cociente de la fuerza que actúa sobre él por su masa. Se observará que el coeficiente de masa, cuyo papel consiste en caracterizar el punto material desde el punto de vista dinámico, es introducido *a posteriori*, ya que es admitida *a priori* la existencia de una posición, de una trayectoria, de una velocidad y de una aceleración bien definidas del punto material, conforme al método que admite la cinemática como anterior a la dinámica.

Las ecuaciones de la dinámica clásica del punto material, expresan, por consiguiente, que el producto de la

masa del punto material por una cualquiera de las componentes rectangulares de su aceleración, es igual a la componente correspondiente de la fuerza. Si se supone la fuerza conocida en cada punto para todos los valores del tiempo, se tiene que resolver un sistema de tres ecuaciones diferenciales de segundo orden con relación al tiempo, en el cual las funciones incógnitas son las coordenadas del punto material. Un teorema muy conocido de análisis nos enseña que si se conocen los valores, en cierto instante inicial, de las coordenadas y de sus derivados con relación al tiempo, la solución del sistema de ecuaciones en cuestión está enteramente determinada, es decir que, si se suponen conocidas la posición y la velocidad del punto material en un instante dado, todo su movimiento ulterior es enteramente previsible. Este resultado expresa que la dinámica clásica del punto material está enteramente de acuerdo con el postulado del determinismo físico, postulado según el cual el estado futuro del mundo material debe ser enteramente previsible cuando se posee un cierto número de datos sobre su estado presente.

Otra observación interesa hacer aquí. El punto material supuesto puntual, su trayectoria es una línea que no explora en el espacio de tres dimensiones más que un continuo de una dimensión. En cada punto de su trayectoria, el punto material encuentra un valor de la fuerza que determina su movimiento durante el instante infinitesimal siguiente, y por consiguiente no explora el campo de fuerza más que a lo largo de su trayectoria. No obstante, se puede decir que el movimiento depende en realidad del campo de fuerza en la región que rodea inmediatamente la trayectoria. Pues en todos los problemas físicos el campo de fuerza varía en general de un modo continuo en el espacio, de modo que el valor de la fuerza en un punto de la trayectoria no es independiente de sus valores en el contorno inmediato de la trayectoria. Esto se ve claramente en el caso frecuente en que la fuerza derive de un potencial, es decir

cuando la fuerza es en cada punto igual al gradiente de una cierta función de la posición. La definición del gradiente supone, en efecto, que se hace variar de una manera infinitesimal en el espacio el punto de aplicación de la fuerza considerada, y por consiguiente la fuerza en cada punto de la trayectoria aparece como dependiendo de los valores del potencial en la región del espacio que rodea inmediatamente la trayectoria. El principio de mínima acción, del cual hablaremos más adelante, conduce a la misma conclusión, pues determina la trayectoria real de un punto material, o sea aquella que realmente es recorrida según las leyes de la dinámica, comparándola con otras trayectorias virtuales infinitamente próximas, lo que implica la intervención, en la determinación del movimiento, de toda la región del espacio infinitamente próximo a la trayectoria real. Pero, entiéndase bien, en mecánica clásica los accidentes topológicos que puedan existir en el espacio a distancias finitas de la trayectoria de un punto material, no pueden en modo alguno influir sobre su movimiento. Coloquemos, por ejemplo, sobre la trayectoria de un punto material una pantalla con un agujero. Si la trayectoria pasa por el centro del agujero, no será en modo alguno perturbada por el accidente topológico que constituye la presencia de la pantalla; si, por el contrario, la trayectoria pasa infinitamente cerca del borde de la pantalla, podrá ser perturbada y se dirá entonces, en lenguaje vulgar, que el corpúsculo ha golpeado el borde de la pantalla. Pero, es inconcebible en mecánica clásica que el movimiento del punto material atravesando el agujero en cuestión, dependa del hecho de que haya o no haya otros agujeros en la pantalla a distancia finita del primero. Se comprende inmediatamente la importancia de esas observaciones para una interpretación corpuscular de la experiencia de los agujeros de Young, y se presiente todo lo que la mecánica ondulatoria debe aportar de nuevo a ese punto.

Las ecuaciones de la mecánica clásica del punto material han conducido a considerar dos magnitudes de naturaleza dinámica que caracterizan el movimiento del punto material. La primera de esas magnitudes es de naturaleza vectorial: es la cantidad de movimiento que la mecánica clásica define como el producto de la masa del punto material por su velocidad. La importancia de esta magnitud resulta de las ecuaciones mismas del movimiento, pues esas ecuaciones pueden expresarse diciendo que el vector *derivada respecto del tiempo de la cantidad del movimiento* es constantemente igual a la fuerza que actúa sobre el punto material. Como se ve, la teoría clásica construye esta magnitud dinámica a partir de la magnitud cinemática *velocidad* con ayuda de una sencilla multiplicación, por el factor de la masa, pero sin embargo se advierte que hay una gran diferencia de naturaleza entre la velocidad y la cantidad de movimiento, puesto que la segunda de esas magnitudes hace intervenir las propiedades dinámicas propias del punto material considerado.

Lo mismo ocurre con la segunda magnitud a la cual hemos hecho alusión antes: la energía. Esta es una magnitud escalar, que desempeña una papel esencial en el caso muy importante en el cual la fuerza deriva de una función *potencial*. Si el potencial no varía en cada punto en el curso del tiempo, resulta inmediatamente de las ecuaciones del movimiento que una cierta cantidad, definida en cada instante por el estado del punto material, permanece constante en el curso del movimiento. Esta cantidad es igual al semiproducto de la masa por el cuadrado de la velocidad más el valor del potencial en el lugar donde se encuentra el punto material, es decir a la suma de la energía cinética y de la energía potencial. Así, en un campo de fuerza permanente derivando de un potencial (campo conservativo), la energía total definida, como acabamos de recordar, permanece constante: es, para decirlo en lenguaje

de los matemáticos, una integral primera. Aquí encontramos nuevamente para la energía una expresión formada con ayuda del concepto cinemático de velocidad al cual se agregan los conceptos específicamente dinámicos de masa y de potencial (el último directamente ligado a la fuerza). No hace falta recordar la importancia que la noción de energía, desbordando del marco de la mecánica, ha adquirido en toda la física. Así como la energía es constante cuando la derivada del potencial con respecto al tiempo es constantemente nula, de la misma manera una de las componentes de la cantidad del movimiento permanece constante cuando la derivada del potencial con respecto a la coordenada correspondiente permanece constantemente nula. Esta observación muestra un cierto parentesco entre la energía y las componentes de la cantidad de movimiento: la energía corresponde a la coordenada tiempo en tanto que las componentes de la cantidad de movimiento corresponden a las coordenadas espaciales. Este parentesco ha sido precisado por la teoría de la relatividad, que considera la energía y los tres componentes de la cantidad de movimiento como formando los cuatro componentes de un vector de espacio-tiempo: la impulsión de universo.

La mecánica del punto material introduce también otras magnitudes importantes. Tales son los componentes del momento de cantidad de movimiento (o momento de rotación) de un punto material alrededor de un punto fijo que se expresa nuevamente agregando la idea dinámica de masa a las concepciones cinemáticas de posición y velocidad. Se sabe que esos componentes son integrales primeras cuando el campo de fuerza es central con relación al punto fijo considerado. La importancia de este caso es conocida en mecánica celeste.

En resumen, las magnitudes dinámicas esenciales están, en teoría clásica, construídas a partir de las nocio-

nes cinemáticas de posición y velocidad a las cuales se agregan las nociones propiamente dinámicas de masa y de potencial. En las teorías cuánticas actuales veremos que las cosas se presentan de una manera notablemente diferente.

3. — La dinámica de los sistemas de puntos materiales

En la dinámica del punto material se supone el campo de fuerza dado en cada punto y en cada instante. Pero en las concepciones de la mecánica clásica el campo de fuerza que se ejerce sobre un punto material es creado por otros puntos materiales. Se está, por tanto, conducido naturalmente a considerar conjuntos de puntos materiales ejerciendo fuerzas de interacción unos sobre otros y a determinar los movimientos posibles de tales conjuntos. A primera vista, el problema puede parecer complicado, pues cada punto material del sistema se desplaza bajo la influencia de las acciones de los otros puntos materiales del sistema, y ese desplazamiento tiene por efecto hacer variar las fuerzas que el punto material considerado ejerce sobre los otros. No obstante, desde el punto de vista analítico, el problema se presenta sencillamente: se escribirá para cada punto material, que en cada instante el producto de su masa por su aceleración es igual a la fuerza instantánea que actúa sobre él, fuerza que depende naturalmente de las posiciones de todos los puntos materiales del sistema. Se obtiene así, para un sistema formado de N puntos materiales, un conjunto de 3N ecuaciones diferenciales de segundo orden con respecto al tiempo entre las 3N coordenadas de los N puntos materiales. El análisis matemático enseña entonces que la solución de este conjunto de ecuaciones está enteramente determinada si se conoce, en un instante inicial cualquiera, la posición y la velocidad de todos los puntos de sistema. De este modo se encuentra extendido al sistema de puntos materiales el determinismo mecánico ya establecido para el movimiento de un punto material único.

El estudio del movimiento de los sistemas de puntos materiales se encuentra muy simplificado por la consideración del centro de gravedad que es, como se sabe, la posición media ponderada de todos los puntos del sistema. Este punto tiene un movimiento simple, un movimiento rectilíneo uniforme, si el sistema no se halla sometido a acciones exteriores. Esto resulta de una propiedad general de las fuerzas introducida por la mecánica, propiedad que se expresa por el principio de igualdad de la acción y de la reacción. Según este principio, la fuerza ejercida por el punto material A sobre el punto material B es igual y opuesta a la fuerza que B ejerce sobre A. Cuando existe una energía potencial del sistema, esto lleva a admitir que esta energía potencial no depende más que de las distancias mutuas de los puntos materiales, hipótesis muy natural desde el punto de vista físico. La mecánica racional permite así descomponer en dos partes el problema de determinar el movimiento de un sistema, estudiando primero el movimiento del centro de gravedad, luego el movimiento del sistema alrededor de su centro de gravedad. Facilitan este estudio toda una serie de teoremas muy conocidos.

La cantidad de movimiento de un sistema de puntos materiales se define muy sencillamente como la suma (geométrica) de las cantidades de movimiento de los componentes. Se expresa, por tanto, como la suma de los productos de cada masa por la velocidad correspondiente y esta expresión utiliza siempre el concepto de velocidad. En cuanto a la energía del sistema, comprende siempre una parte cinética que es la suma de las energías cinéticas de los diferentes puntos materiales: se expresa, pues, por la semisuma del producto de cada masa por el cuadrado de la velocidad correspondiente. Pero, si el sistema es conservativo, la energía comprende además la energía potencial dividida en dos partes; la

primera es la suma de las energías potenciales que posee cada punto material en el campo exterior al cual está sometido todo el sistema, si es que hay alguno; la segunda parte de la energía potencial, la única que existe si es que no hay campo exterior, es la energía mutua de los puntos materiales y es igual a la suma de energías potenciales mutuas de los puntos tomados dos a dos. Es notable que la energía potencial mutua no se descomponga en una suma de energías potenciales atribuibles individualmente a cada punto material. Hay una especie de comunidad de energía potencial para cada par de puntos materiales en interacción, y por consiguiente una especie de disminución de individualidad de los puntos materiales tanto más acentuada cuanto mayor es la interacción. Esta comunidad de una parte de la energía potencial es el rasgo que caracteriza los sistemas de puntos materiales en interacción y los distingue, por ejemplo, de los conjuntos de puntos materiales sin interacción situados en un campo exterior dado.

La dinámica de los sistemas de puntos materiales ha servido de base a la dinámica de los cuerpos sólidos, pues éstos pueden considerarse como formados por puntos materiales, cuyas distancias están sujetas a permanecer fijas por las fuerzas mutuas que se hacen extremadamente grandes en cuanto las distancias mutuas tienden a separarse de sus valores normales. El hecho de que en un mismo cuerpo sólido las distancias mutuas sean invariables, permite caracterizar su posición en cada instante por 6 parámetros solamente; por ejemplo, las tres coordenadas de un punto arbitrario del cuerpo y los tres ángulos que fijan la orientación del cuerpo alrededor de ese punto. Si el problema comprende varios cuerpos sólidos sujetos a vínculos, debe introducirse un número mayor de parámetros, pero siempre se pueden escribir las ecuaciones del movimiento partiendo de las de los puntos materiales de que los cuerpos sólidos se suponen constituídos.

Así, bosquejando por anticipado la marcha de la física

atómica, la mecánica de los cuerpos sólidos se ha desarrollado admitiendo una constitución discontinua de la materia. Aquí conviene hacer una observación. En nuestra experiencia habitual, son los cuerpos en gran escala y no los puntos materiales los que se presentan a nosotros: en particular, la mayoría de las operaciones de medida del espacio y del tiempo que nos permiten dar precisión a nuestro estudio sobre la marcha de los fenómenos, hacen uso de los cuerpos sólidos. Son, por consiguiente, nociones deducidas de la observación de los cuerpos, en gran escala, y en particular de los cuerpos sólidos, las que nos sirven para definir las leyes del movimiento de los puntos materiales y, una vez admitidas esas leyes, volvemos a encontrar las propiedades mecánicas de los cuerpos sólidos considerándolos como formados de puntos materiales. Seguramente no hay contradicción en esto, pero es en suma una hipótesis atrevida suponer que las nociones de espacio y de tiempo adquiridas y precisadas por la observación de los cuerpos sólidos son aplicables sin modificación a los corpúsculos elementales, a los puntos materiales. Podría muy bien suponerse que estas nociones necesitasen, para ser aplicadas a los corpúsculos elementales, modificaciones profundas; la sola condición que se impone realmente a nosotros, es que las propiedades de los corpúsculos elementales deben permitirnos volver a encontrar para los sistemas de corpúsculos muy numerosos las propiedades conocidas de los cuerpos materiales (en particular de los cuerpos sólidos) y las definiciones usuales de espacio y tiempo. Este punto de vista, cuya importancia ha sido señalada recientemente por Jean-Louis Destouches, no constituye tal vez una verdadera objeción para el método seguido por la mecánica racional clásica, pues podría definirse el punto material, no como un corpúsculo elemental, sino como un pequeño fragmento de materia de dimensiones insignificantes, aunque conteniendo ya un número enorme de corpúsculos elementales. Pero la objeción adquiere todo su valor

en física atómica cuando, admitida la existencia de los corpúsculos elementales, se pretende aplicar a esos corpúsculos las leyes clásicas de la mecánica del punto material o incluso leyes de forma diferente, pero implicando la validez de las nociones usuales de espacio y tiempo. Sin insistir más sobre esta cuestión, de la cual tendremos ocasión de ocuparnos, suspenderemos aquí estas observaciones sobre la dinámica de los sistemas materiales.

4. — La mecánica analítica y la teoría de Jacobi

La mecánica analítica a la cual va unido el nombre eminente de Lagrange es, en suma, un conjunto de métodos que permiten escribir rápidamente las ecuaciones del movimiento de un sistema cuando se conoce un conjunto de parámetros, cuyo conocimiento basta para fijar en cada instante la posición del sistema. Sin querer en modo alguno entrar aquí en una discusión minuciosa sobre los métodos de la mecánica analítica, nos limitaremos a hacer notar que ellos convergen hacia dos grupos de ecuaciones muy conocidos: las ecuaciones de Lagrange y las ecuaciones de Hamilton. Lo que opone entre sí a los métodos de Lagrange y de Hamilton, es que en el método de Lagrange se supone expresada la energía del sistema por medio de las velocidades generalizadas, es decir, de las derivadas, respecto del tiempo, de los parámetros de posición, mientras que en el método de Hamilton se emplea la expresión de la energía en función de las cantidades de movimiento generalizadas o "momentos de Lagrange". En el marco de las concepciones clásicas se pasa siempre, muy fácilmente, de las velocidades generalizadas a los momentos de Lagrange e inversamente, puesto que las cantidades de movimiento están definidas siempre en física clásica en función de las velocidades, de manera que las ecuaciones de Lagrange y las de Hamilton, en caso

que se puedan escribir efectivamente unas y otras, no difieren más que por la forma y son en último análisis equivalentes. Ahora bien, cuando pasemos a las mecánicas cuánticas, veremos que las ecuaciones de Hamilton convenientemente traspuestas conservan una significación cuando las ecuaciones de Lagrange la pierden. Esto se comprende fácilmente si se observa que, en las teorías cuánticas, las nociones dinámicas conservan su valor mientras que en el sentido de las nociones cinemáticas se oscurece: la cantidad de movimiento que, en las ideas clásicas, aparece más bien como una magnitud derivada de la velocidad, aparece en las mecánicas cuánticas como una magnitud fundamental y autónoma, independiente del concepto de velocidad, concepto cuya significación no está bien definida en todos los casos.

La teoría de Jacobi forma un capítulo de la mecánica analítica muy interesante y muy importante desde el punto de vista que nos ocupa. Esta teoría conduce, en efecto, a clasificar los movimientos posibles de un punto material en un campo dado de una manera que prepara el paso de la mecánica antigua a la mecánica ondulatoria. No podemos desarrollar aquí detalladamente la teoría de Jacobi, la cual requiere un aparato matemático bastante complicado, por lo que nos limitaremos a resumirla colocándonos en el caso particular, pero importante, de un campo de fuerza permanente, es decir, independiente del tiempo. El conjunto de las trayectorias posibles de un punto material en ese campo de fuerza depende de 6 parámetros, puesto en cada una de estas trayectorias depende de la posición y velocidad iniciales del punto material. Pero es posible clasificar estas trayectorias en familias dependientes sólo de 3 parámetros, ya que las trayectorias de una misma familia resultan ser las curvas ortogonales de una cierta familia de superficies. Si se llega a determinar una de esas familias de superficies, todas las curvas ortogonales son trayectorias posibles del punto material, y la teoría de Jacobi nos enseña precisamente a determinar las

familias de superficies en cuestión, a partir de una cierta ecuación en derivadas parciales de primer orden y de segundo grado que se llama ecuación de Jacobi. Para formar esta ecuación se parte de la expresión hamiltoniana de la energía, es decir, de la expresión de la energía del punto material en cada instante, en función de los valores de los componentes de su cantidad de movimiento y de sus coordenadas en ese instante.

Se ve, pues, que gracias a la teoría de Jacobi, se consigue clasificar la séxtuple infinidad de trayectorias del punto material en familias, conteniendo, en cada una, una triple infinidad de trayectorias y correspondiendo cada una a una familia de superficies ortogonales. Cada familia de trayectorias y las superficies ortogonales correspondientes están exactamente en la misma relación que los rayos y las superficies de ondas en una propagación de ondas consideradas a la manera de la óptica geométrica. El geómetro escocés Hamilton observó, hace ya más de un siglo, esta analogía y obtuvo una manera de exposición muy sugestiva de este aspecto de la mecánica analítica, pero solamente el reciente desarrollo de las teorías cuánticas ha permitodo ver en esta analogía algo más que una simple similitud de forma matemática.

Es interesante observar a este respecto que con la concepción clásica del punto material, la imagen de una propagación de ondas suministrada por la teoría de Jacobi no puede tener más que un sentido abstracto. En efecto, en la concepción clásica, el punto material, teniendo en cada instante una posición y una velocidad bien determinadas, describe en el campo de fuerza una trayectoria única cuya naturaleza depende de las condiciones iniciales. Las familias de trayectorias agrupadas en conjunto por la teoría de Jacobi son sólo trayectorias posibles, y una sola entre ellas es efectivamente realizada en cada caso. Las familias de trayectorias tienen, por consiguiente, una significación más bien abstracta, puesto que representan un conjunto de posibilidades de las cuales una sola, a lo sumo, se realiza.

No obstante, habría un medio de dar un sentido concreto a los conjuntos de trayectorias consideradas por la teoría de Jacobi. Sería imaginar que se tiene a disposición una infinidad de puntos materiales idénticos y sin acción los unos sobre los otros. Se tendría entonces la posibilidad de suponer que los puntos materiales describen las diversas familias de trayectorias que se hallarían así realizadas de un modo concreto. Se advierte en este caso que la teoría de Jacobi es, en cierto sentido, una teoría estadística, puesto que considera simultáneamente conjuntos de trayectorias. Por eso se presiente que ella contiene en germen las interpretaciones probabilísticas y estadísticas de la mecánica ondulatoria, y más tarde veremos qué sucede así.

En las líneas precedentes hemos esbozado la teoría de Jacobi en el caso del movimiento de un punto material en un campo dado. Si se quiere extender las mismas consideraciones al caso de un conjunto de puntos materiales en interacción, se presenta una particularidad que volveremos a hallar más tarde en la mecánica ondulatoria de los sistemas: si el sistema comprende N puntos materiales, es necesario considerar un espacio abstracto formado por las 3 N coordenadas de las N constituyentes del sistema, espacio que se llama espacio de configuración. Si, en efecto, se forma la ecuación de Jacobi para el sistema partiendo de la expresión hamiltoniana de su energía, se obtiene una ecuación en derivadas parciales de primer orden y de segundo grado, referida al conjunto de las 3N coordenadas de los puntos del sistema y, por consiguiente, esta ecuación permite definir las familias de superficies en el espacio de configuración (y no ya en el espacio usual de tres dimensiones). Ahora bien, es evidente que cada configuración del sistema está definida si se dan las 3N coordenadas de las constituyentes y puede ser representada geométricamente por un punto en el espacio de configuración: de ahí el nombre dado a este espacio. El conjunto de los estados sucesivos del sistema está,

pues, simbolizado por una curva del espacio de configuración: es la trayectoria del punto representativo del sistema. Estas trayectorias simbólicas del sistema dependen de 6N parámetros, las 6 condiciones iniciales relativas a cada uno de los N puntos, y la teoría de Jacobi permite aquí clasificar en familias este 6N-veces infinito conjunto de trayectorias posibles. Cada una de esas familias dependerá de 3N parámetros y estará formada por las curvas ortogonales de una familia de superficies integrales de la ecuación de Jacobi. Es, pues, en el espacio de configuración de 3N dimensiones donde tendremos esta vez lo análogo de una propagación de ondas. Presentimos, por consiguiente, que, para tratar los problemas de dinámica de los sistemas, la mecánica ondulatoria, guiada por la teoría de Jacobi, estará obligada a seguirla en ese terreno y a considerar las propagaciones de ondas en los espacios de configuración: esto impondrá a las ondas de la mecánica ondulatoria, no solamente la significación probabilística y estadística a la cual hemos hecho ya alusión, sino también un carácter abstracto y simbólico muy diferente a aquel de las ondas que imaginaba la física clásica.

5. — El principio de mínima acción

Es posible deducir las ecuaciones de la dinámica del punto material en un campo de fuerza derivado de un potencial, de un principio que — bajo su forma general — lleva el nombre de principio de Hamilton o de acción estacionaria. Según este principio, la integral en el tiempo, tomada entre dos épocas t_1 y t_2, de la diferencia de la energía cinética del punto material y de su energía potencial, es menor (o mayor) para el movimiento real que para todo movimiento infinitamente poco diferente que lleve el punto material de la misma posición inicial a la misma posición final. Es fácil mostrar que

aplicando este enunciado con ayuda de las reglas del cálculo de variaciones, se vuelven a encontrar las ecuaciones clásicas del movimiento.

Este principio de acción estacionaria toma una forma particularmente sencilla en el caso importante de los campos permanentes. Se convierte entonces en el principio de la mínima acción de Maupertuis, según el cual la trayectoria realmente seguida por el punto material para ir de un punto A a un punto B en el campo permanente, es la curva que hace mínima la integral curvilínea *"circulación de la cantidad de movimiento"* respecto a toda otra curva infinitamente próxima que una los puntos A y B. El principio de Maupertuis puede deducirse del principio de Hamilton, pero puede relacionarse también con la teoría de Jacobi. Hemos visto que, en esta teoría, las trayectorias en un campo permanente pueden ser consideradas como las curvas ortogonales de una cierta familia de superficies: un razonamiento sencillo permite deducir que estas trayectorias están determinadas por la condición de hacer mínima una cierta integral, y esta integral resulta ser la acción de Maupertuis, es decir la integral curvilínea de la cantidad de movimiento. Esta manera de justificar el principio de la mínima acción es muy interesante porque demuestra el parentesco de ese principio con el principio del tiempo mínimo de Fermat. Hemos visto, en efecto, que la teoría de Jacobi lleva a asimilar las trayectorias a los rayos de una propagación de ondas concebida a la manera de la óptica geométrica. Examinando desde ese punto de vista el razonamiento que justifica el principio de la mínima acción, se advierte que ese razonamiento es idéntico a aquel que se usa en óptica geométrica para justificar el principio de tiempo mínimo o principio de Fermat. Recordemos el enunciado del principio de Fermat: afirma que en un medio refrigente en estado permanente, el rayo que pasa por dos puntos fijos A y B coincide con la curva que hace mínimo el tiempo invertido por la luz para ir de A hasta B, es decir, que

hace mínima la integral curvilínea de la inversa de la velocidad de propagación. El parentesco del principio de Maupertuis y el de Fermat es por lo tanto visible. Con todo, subsiste entre los dos principios una diferencia importante: en el principio de la mínima acción, es la cantidad de movimiento la que figura en la integral estacionaria de manera que ésta tiene las dimensiones físicas de una acción (energía × tiempo o cantidad de movimiento × longitud); en el principio de Fermat, por el contrario, es la inversa de la velocidad de propagación la que figura. Por esta razón, ha parecido durante mucho tiempo imposible considerar la analogía de los dos principios como otra cosa que una analogía puramente formal sin ninguna base física profunda. Parecía incluso que había una oposición marcada de los dos principios desde el punto de vista físico, ya que, siendo la cantidad de movimiento proporcional a la velocidad, la integral de Maupertuis contiene la velocidad en el numerador, mientras que la integral de Fermat la contiene en el denominador. Esta circunstancia ha desempeñado un papel muy importante en la época en que la teoría ondulatoria de la luz, debida al genio de Fresnel, acababa de obtener una victoria sobre la teoría adversa de la emisión. Apoyándose precisamente sobre el papel diferente desempeñado por la velocidad en la expresión de las integrales de Maupertuis y de Fermat, se creyó poder llegar a la conclusión de que la experiencia célebre de Foucault y de Fizeau, según la cual la velocidad de propagación de la luz en el agua es inferior a su velocidad en el vacío, proporcionaba un argumento irrefutable y decisivo a favor de la teoría de las ondas. Pero, tanto para oponer el uno al otro los dos principios de la mecánica y de la óptica geométrica, como para interpretar en favor de la existencia de las ondas luminosas la experiencia de Foucault y Fizeau, se admitía que era legítimo asimilar la velocidad del punto material que figura en la integral de Maupertuis con la velocidad de propagación que figura

de una manera diferente en la integral de Fermat. Sólo la mecánica ondulatoria, demostrando que se debe asociar al movimiento de todo punto material la propagación de una onda cuya velocidad de propagación varía en razón inversa a la velocidad del punto material, ha puesto verdaderamente en claro el parentesco profundo de los dos grandes principios y la significación física de este parentesco. Ha mostrado también que la experiencia de Fizeau no era tan crucial como se había creído: esta experiencia prueba, es verdad, que la propagación de la luz debe ser representada por una propagación de ondas y que el índice de refracción debe ser definido con la ayuda de la velocidad de propagación, pero por eso no excluye completamente la existencia de una estructura granular de la luz si se efectúa convenientemente la asociación de las ondas y de los granos de luz. Pero se trata de cuestiones de las cuales volveremos a hablar.

Hemos mostrado la analogía del principio de Maupertuis y del principio de Fermat comparando, en suma, el movimiento de un punto material en un campo permanente, con la propagación de una onda en un medio refringente cuyo estado no depende del tiempo. Comparando el movimiento de un punto material en un campo variable en el curso del tiempo, con la propagación de una onda en un medio refringente cuyo estado se modifica progresivamente, se llegaría a mostrar la analogía del principio de mínima acción bajo la forma general, debido a Hamilton, con un principio de Fermat generalizado aplicable a los medios refringentes no permanentes. No insistiremos sobre esta generalización: nos basta hacer notar que la analogía fundamental de los grandes principios de la mecánica y de la óptica geométrica es válida incluso fuera del caso muy importante, pero particular, de los estados permanentes.

Naturalmente, existe un principio de acción estacionario para los sistemas de puntos materiales. Pero aquí, para precisar los enunciados, es útil considerar el espa-

cio de configuración correspondiente al sistema y definirlo precedentemente. Coloquémonos, por ejemplo, en el caso en que la energía potencial del sistema no depende explícitamente del tiempo: es el caso, por ejemplo, de un sistema aislado que no está sometido a ninguna acción exterior, pues entonces la energía potencial procede solamente de las acciones mutuas y no depende explícitamente del tiempo. En ese caso, tenemos un principio de mínima acción bajo la forma de Maupertuis, que enunciaremos haciendo intervenir el espacio de configuración de 3N dimensiones y considerando en este espacio el vector cuyas 3N componentes son las componentes de las N cantidades de movimiento de los puntos materiales del sistema. Este principio de mínima acción nos enseña que la trayectoria del punto representativo del sistema que pasa por dos puntos fijos A y B del espacio de configuración es tal, que la integral curvilínea (circulación) del vector de que acabamos de hablar, tomada desde A hasta B a lo largo de la trayectoria, es mínima con relación a toda otra curva infinitamente próxima en el espacio de configuración que una los puntos A y B. Este principio se justifica también muy fácilmente partiendo de la teoría de Jacobi y su analogía con el principio de Fermat, proveniente siempre de la posibilidad de considerar las trayectorias de la misma clase del punto representativo en el espacio de configuración, como los rayos de una cierta propagación de ondas en este espacio. Se ve nuevamente que, para los sistemas, el paso de la mecánica clásica a la mecánica ondulatoria se operará necesariamente en el marco abstracto del espacio de configuración.

Capítulo II

LA FÍSICA CLÁSICA

1. — Las prolongaciones de la mecánica

No hemos tenido la pretensión de dar en las pocas páginas del último capítulo un bosquejo completo de la mecánica clásica. Menos nos sería posible en el presente capítulo ofrecer una visión de conjunto completa de la física clásica. A lo sumo podremos tratar de caracterizar las principales ramas y hacer algunas observaciones sobre cada una de ellas.

Una primera rama de la física clásica está formada por las diversas prolongaciones directas de la mecánica: la hidrodinámica, el estudio de los flúidos, la acústica, la teoría de la elasticidad. Estas ciencias se impusieron inmediatamente a la atención de los físicos porque los fenómenos que ellas estudian se ofrecen por sí mismos a nuestra atención en la vida corriente. Desde el punto de vista teórico se presentan como prolongaciones inmediatas de la mecánica de la cual toman sus principios fundamentales y sus modos de razonamiento, completados por cierto número de hipótesis sugeridas por la experiencia. Éstas no introducen explícitamente la idea de que los cuerpos sólidos, líquidos o gaseosos tienen una estructura atómica, sino por el contrario razonan como

si la materia fuera continua, aislando, en este continuo, elementos de volumen de los cuales calculan la interacción con los elementos de volumen próximos a los que aplican las leyes de la mecánica. Sin embargo, nada impide conciliar estos métodos con la hipótesis de una estructura atómica de la materia suponiendo que los elementos de volumen sobre los cuales se razona, aunque muy pequeños, son ya bastante grandes para contener un número enorme de moléculas y poseer las propiedades de la materia tomada en masa.

Estas ciencias, prolongaciones de la mecánica, aunque descansando sobre los principios que se desprenden muy sencillamente de las leyes de la mecánica, son en realidad ciencias difíciles que requieren grandes esfuerzos y una gran habilidad por parte de los experimentadores y de los teóricos. Los hechos físicos en estos dominios son complejos y a menudo difíciles de estudiar: los cálculos requieren para sus desarrollos la intervención de partes elevadas de las matemáticas. Así, aunque existen hace mucho tiempo, estas ciencias tienen todavía muchos progresos que realizar. Son esenciales para las aplicaciones, para el arte del ingeniero. Para ponerse a la altura de los prácticos que se preocupan más de las realizaciones inmediatas que de las teorías generales, han tenido que tomar formas aproximativas tales como la hidráulica o la resistencia de los materiales.

No insisteremos más sobre estas disciplinas. Las transformaciones de la física moderna las han modificado poco y hata aquí los cuantos desempeñan en ellas un papel insignificante. Salen, pues, fuera del marco de nuestro estudio.

2.—La óptica

Si la hidrodinámica o la teoría de la elasticidad no interesan directamente a quien quiere estudiar los cuantos, cosa muy distinta sucede con la óptica cuyos progresos están unidos del modo más íntimo a las evoluciones recientes de la física. Así como los movimientos de los cuerpos sólidos o líquidos, los fenómenos luminosos han, en todo tiempo y necesariamente, atraído la atención de los hombres. Pero es solamente en el siglo XVII cuando la óptica ha comenzado a convertirse verdaderamente en una ciencia. En esta época fueron enunciadas las leyes de Descartes, que fijaron de una manera precisa los fenómenos de reflexión y refracción, y el principio de Fermat, del cual hemos hablado ya, y que contiene toda la óptica geométrica. En todo este período de la historia de la óptica, la noción de rayo luminoso desempeña el papel fundamental: se estudia la propagación rectilínea de los rayos en el vacío o en los medios homogéneos, el comportamiento de los rayos en la superficie de un espejo o a la entrada de un medio refringente, la curvatura progresiva de los rayos en un medio refringente no homogéneo. Entonces es cuando Christian Huyghens desarrolló otra manera de interpretar los mismos fenómenos sirviéndose de las nociones de ondas y de superficies de ondas. Demostró además que, siguiendo este método, podía interpretarse el fenómeno recientemente descubierto de la doble refracción del espato de Islandia. Desde el punto de vista puramente geométrico, hay equivalencia entre el método que utiliza la consideración de los rayos y el que utiliza la consideración de las superficies de ondas. Los razonamientos de la óptica geométrica permiten ver esta equivalencia y pasar sin dificultad de un punto de vista a otro. Como hemos recordado en el capítulo precedente, los rayos son las curvas ortogonales de las familias de superficies de ondas, y el principio de Fermat es una consecuencia inmediata de este hecho. Pero si hay equivalencia matemática entre los diversos modos de contemplar los problemas de óptica geométrica, se está llegando a concepciones físicas muy diferentes sobre la luz según se atribuya el primer papel a los rayos o a las superficies de ondas. Considerando el rayo luminoso como la noción esencial, somos conducidos a la concepción cor-

puscular de la luz, según la cual ésta está formada de pequeños corpúsculos en movimiento rápido cuyas trayectorias son los rayos. La forma rectilínea de los rayos en un medio homogéneo (propagación rectilínea) y la reflexión de la luz sobre los espejos tienen entonces una explicación muy natural e intuitiva, y la refracción puede también interpretarse. Desde este punto de vista son los rayos los que tienen una significación física, puesto que son las trayectorias de los corpúsculos de luz, en tanto que las superficies de ondas no son más que concepciones geométricas que permiten agrupar en una misma familia un conjunto de rayos, enteramente como la consideración de las superficies integrales, de la ecuación de Jacobi, permite en mecánica agrupar en una familia un conjunto de trayectorias. Pero se puede, por el contrario, considerar la superficie de onda como la realidad esencial y se llega a una concepción ondulatoria de la naturaleza de la luz. La luz es en este caso concebida como constituída por ondas que se propagan en el espacio, y los rayos tan sólo son entonces curvas definidas abstractamente como curvas ortogonales a las superficies de ondas sucesivas. Los finos análisis de Huyghens demuestran bien que esta teoría ondulatoria de la luz explica los fenómenos de reflexión y de refracción, pero no se ve muy bien a primera vista cómo puede explicar la propagación rectilínea en los medios homogéneos, hecho físico cuya interpretación parece tan evidente con la hipótesis corpuscular donde resulta del principio de inercia.

Estas dos concepciones opuestas, la concepción corpuscular o *teoría de la emisión* y la concepción ondulatoria, compartieron el favor de los sabios en los siglos XVII y XVIII. La primera, sostenida al principio por Descartes, encontró un defensor de gran autoridad en la persona de Newton. El genial creador de la mecánica celeste, perplejo ante las dificultades que presentaba la concepción ondulatoria, especialmente para la interpretación de la propagación rectilínea, se decidió resueltamente en favor de la hipótesis corpuscular. A continuación de Newton, los sabios del siglo XVIII fueron en general favorables a esta manera de imaginarse la luz, y la concepción de las ondulaciones, tan brillantemente defendida a fines del siglo anterior por Huyghens, sólo tuvo entonces algunos defensores aislados (Euler). Hubo momento en que la partida pareció ganada por los partidarios de una estructura discontinua de la luz.

El principio del siglo XIX vió un cambio completo de esta situación. La razón de esta evolución fué el descubrimiento de los fenómenos de interferencias y difracción. Algunos casos particulares de estos fenómenos habían sido descubiertos desde la época de Newton por Hooke primero y por el propio Newton después. El hermoso fenómeno conocido hoy todavía con el nombre de anillo de Newton es en efecto un fenómeno de interferencia. Con su perspicacia habitual, Newton vió muy bien que la interpretación de estos fenómenos requería, incluso en el marco de la teoría corpuscular que él sostenía, la intervención de un elemento de periodicidad. Así imaginó que los corpúsculos de luz sufrían alternativamente *accesos* de fácil transmisión y *accesos* de fácil reflexión, teoría que puede a primera vista parecer como complicada y atrevida, pero que en realidad constituye una primera tentativa para conciliar las concepciones corpusculares y ondulatorias de la luz, y que anuncia, de este modo, con dos siglos de anticipación, las teorías de la época contemporánea. El siglo XVIII dominado por la idea de que la luz es de naturaleza corpuscular, no parece haber dado a los fenómenos de interferencia toda la atención que merecían. Sólo a fines del siglo y al principio del siglo siguiente, el físico inglés Thomas Young reanudó seriamente el estudio de estos fenómenos, pero le estaba reservado al genio del francés Agustín Fresnel (1788-1827) el dar una explicación completa y definitiva. Retomando las concepciones ondulatorias de Huyghens, Fresnel encontró una explicación completa de todos los fenómenos de difrac-

ción y de interferencia conocidos en su tiempo; y consiguió demostrar el punto esencial de que la naturaleza ondulatoria de la luz no está en contradicción con la propagación rectilínea en los medios homogéneos. Criticado por los adversarios de la teoría ondulatoria porque sus interpretaciones conducían a ciertas previsiones de aspecto paradójico, demostró por la experiencia que sus previsiones eran comprobadas. Desde entonces el triunfo de sus ideas estuvo asegurado y aunque sostenida todavía en esta época por sabios tales como Biot y Laplace, la concepción corpuscular cayó en plena decadencia y perdió partidarios cada día.

Pero Fresnel no se detuvo allí. Para explicar los fenómenos de polarización, introdujo la idea de la transversalidad de las vibraciones luminosas, que explica por qué una luz polarizada tiene propiedades que son isótropas alrededor de la dirección de propagación. Estudiando las propiedades de las vibraciones transversales, Fresnel desarrolla la teoría de la intensidad de la reflexión en la superficie de los cuerpos refringentes, así como la de la propagación de la luz en los medios anisótropos, de las que se deducen la existencia y las leyes de la doble refracción, y todo ese cuerpo de doctrina, verdadera obra maestra de física teórica, se vuelve a encontrar sin modificaciones importantes en todos los tratados actuales de óptica física. Agotado por un esfuerzo intelectual enorme, Agustín Fresnel fué vencido por la enfermedad y murió a los 39 años en 1827, pero la obra que había realizado era admirable y quedará siempre como uno de los más hermosos capítulos en la historia del desarrollo de la física.

Después de la muerte de Fresnel, la naturaleza ondulatoria de la luz fué cada vez más admitida, y la experiencia de Foucault y Fizeau, de la que hemos hablado ya, hubo de aportar una prueba irrefutable en favor de esta hipótesis. Sólo mucho más tarde, como veremos, o sea hacia el comienzo de nuestro siglo, la atención de los físicos se proyectó hacia una imagen corpuscular de la luz, sin que por esto estuviera permitido un solo instante pensar abandonar las interpretaciones ondulatorias de Fresnel. Fué necesario posteriormente ensayar una especie de síntesis o más bien de yuxtaposición de la imagen corpuscular y de la imagen ondulatoria. Se ha podido ver entonces que si Fresnel tuvo razón al dar una interpretación general por medio de ondas de los fenómenos de la óptica conocidos en su tiempo o descubiertos por él, los físicos de la escuela opuesta no estuvieron sin embargo verdaderamente equivocados suponiendo la existencia de un aspecto discontinuo de la luz. La intuición de un Newton o de un Biot no les engañaba completamente al hacerles suponer que las propiedades de los rayos luminosos estaban profundamente vinculadas a las de las trayectorias de puntos materiales en mecánica. No es por casualidad que la óptica geométrica ofrezca analogías con la dinámica, ni que el principio de Fermat en particular esté modelado sobre el principio de la mínima acción. Las grandes teorías de la mecánica analítica, la teoría de Jacobi, sobre todo, explican el sentido verdadero de las leyes de la óptica geométrica, pero a su vez la óptica ondulatoria indica el camino a seguir para ampliar la mecánica clásica, y nos enseña entonces que la mecánica clásica no es, como la óptica geométrica, más que una aproximación válida a menudo, pero cuyo dominio de aplicación es sin embargo limitado.

Volveremos sobre estas cuestiones, pero tal vez resulte útil, para preparar el terreno, mostrar desde ahora de qué manera la óptica ondulatoria ha podido absorber a la óptica geométrica, de qué manera, por ejemplo, se puede, desde el punto de vista de Fresnel, justificar el principio de Fermat. La ecuación que representa la propagación de las ondas en la teoría ondulatoria es una ecuación en derivadas parciales de segundo orden muy conocida con el nombre de ecuación de las ondas. Esta ecuación contiene una magnitud, la velocidad de propa-

gación de las ondas, que es una cierta función de las coordenadas del espacio y del tiempo en el caso más general de la propagación en un medio refrigerante no permanente. En el caso importante de los medios en un estado permanente, la velocidad de propagación es independiente del tiempo y define en cada punto un *índice de refracción* constante. La ecuación de propagación admite entonces soluciones monocromáticas que representan las luces de las diversas frecuencias, es decir, de los diversos colores, que pueden propagarse en el medio considerado. Se demuestra que si el índice de refracción del medio no varía sensiblemente sobre las distancias del orden de la longitud de onda, las variaciones de la fase de la onda están representadas muy aproximadamente por una ecuación en derivadas parciales de primer orden y de segundo grado llamada *ecuación de la óptica geométrica* cuya forma es exactamente la misma que la de la ecuación de Jacobi. La ecuación de la óptica geométrica permite hallar, para cada propagación de ondas monocromáticas, familias de superficies, superficies de onda, sobre las cuales la fase tiene el mismo valor: se puede por tanto hallar las curvas ortogonales a las superficies de onda y definirlas, como los rayos luminosos, correspondientes a la propagación. De ahí puede deducirse el principio de Fermat, el teorema de Malus, la construcción de Huyghens y todas las demás leyes de la óptica geométrica. Desde el punto de vista ondulatorio, la óptica geométrica es entonces válida toda vez que es permitido reemplazar aproximadamente la ecuación rigurosa de las ondas por la ecuación aproximada de la óptica geométrica. La condición para esto, como ya hemos visto, es que el índice no varíe con excesiva rapidez de un punto a otro del espacio, pero es necesario además que no hayan en el trayecto de la luz obstáculos que dificulten su libre propagación provocando la aparición de fenómenos de interferencia o de difracción. De este modo el teórico de las ondas considera a la óptica geométrica como una aproximación con frecuencia

válida, pero que no tiene sin embargo más que un recinto de validez limitado.

Volvamos al sentido físico de la teoría de las ondas. Dado que las ondulaciones luminosas atraviesan sin dificultad los espacios vecíos, no es la materia la que las transmite. ¿Cuál es, pues, el sostén de estas ondas? ¿cuál es el medio cuya vibración constituye la vibración luminosa? Tal es la pregunta que se plantea a los protagonistas de la teoría de las ondulaciones. Para contestarla imaginaron un medio sutil, el éter luminoso, difundido en todo el universo, llenando los espacios vacíos e impregnando los cuerpos materiales. Las propiedades de este medio misterioso debían ser suficientes para explicar las particularidades de la propagación de la luz en el vacío: la interacción del éter y de la materia debían explicar la propagación de la luz en los medios refringentes. Los continuadores de Fresnel se preocuparon del problema del éter: trataron de precisar su naturaleza mecánica y de imaginarse su estructura. Los resultados de esta investigación fueron extraños: el éter, considerado como un medio elástico, debe ser un medio infinitamente más rígido que el acero, pues no puede trasmitir más que vibraciones transversales y, sin embargo, este medio tan rígido no ejerce ningún frotamiento sobre los cuerpos que le atraviesan y no frena en modo alguno el movimiento de los planetas. No ha podido formarse teoría alguna que sea perfectamente coherente acerca de este medio paradójico, y muchos físicos llegaron a dudar de la existencia real de esta creación de la razón. Más adelante veremos cómo esta cuestión ha evolucionado posteriormente a partir de la aparición de la teoría electromagnética primero, y del principio de relatividad después.

3.— La electricidad y la teoría electromagnética

Si la mecánica y sus prolongaciones, la acústica y la óptica, son ciencias cuyo origen es muy antiguo porque estudian fenómenos cuya existencia han podido constatar los hombres en todo tiempo, la ciencia de la electricidad es, por el contrario, de origen reciente. Seguramente ciertos hechos tales como la electrización de los cuerpos por el frotamiento o las propiedades de los imanes naturales eran conocidos hace mucho tiempo, y el grandioso y horroroso fenómeno de la tempestad nunca pudo pasar inadvertido; pero es dudoso que estos diversos hechos hubieran sido suficientemente vinculados antes del fin del siglo XVIII y que se hubiera entrevisto claramente antes de esa época que encerraban la materia de una ciencia autónoma que formaría una nueva rama de la física. Esta revelación tuvo lugar verdaderamente hacia fines del siglo XVIII y principios del XIX. Es interesante hacer notar que esta época fué también la del descubrimiento de las interferencias y del desarrollo de la óptica ondulatoria. Este maravilloso período de la historia de los ciencias, en el que se constituyeron la óptica y la electricidad modernas, es para la física macroscópica el equivalente de lo que han sido los cincuenta últimos años para la física atómica.

No queremos seguir al pormenor la historia del desarrollo de la electricidad, ni analizar las contribuciones de los Volta, de los Coulomb, de los Oersted, de los Davy, de los Biot, de los Laplace, de los Gauss, de los Ampère, de los Faraday y de otros físicos de la misma época a la edificación de esta nueva ciencia. Tal estudio sería interesante ciertamente, pero sería largo y nos llevaría demasiado lejos del tema de nuestro libro. Nos limitaremos por lo tanto a observar que hacia la mitad del siglo XIX, las leyes de la electricidad eran lo suficientemente conocidas para que fuera posible intentar una

síntesis y tratar de reunirlas en un cuerpo de doctrina homogéneo. Fué esta obra considerable la que pudo cumplir John Clerk Maxwell, esclarecido por la obra de sus antecesores y secundado por sus grandes dotes personales, creando la teoría electromagnética general que lleva su nombre. Maxwell consiguió resumir en un sistema único de ecuaciones, a las cuales va unido su nombre, todo el conjunto de las leyes de la electricidad. Las ecuaciones de Maxwell comprenden dos ecuaciones vectoriales, equivalentes a seis ecuaciones escritas entre componentes, y dos ecuaciones escalares. Como primeros miembros de estas ecuaciones figuran los componentes de los campos y las inducciones eléctricas y magnéticas; y en el segundo miembro, las densidades de las cargas y corrientes eléctricas. Una de las ecuaciones vectoriales expresa la gran ley de la inducción descubierta por Faraday; una de las ecuaciones escalares expresa que es imposible aislar un polo magnético, en tanto que la otra ecuación escalar traduce el teorema del flujo de fuerza eléctrica de Gauss. Pero Maxwell aportó una contribución personal esencial a la teoría al escribir la segunda relación vectorial Esta segunda relación tiene por objeto traducir cómo el campo magnético está ligado a la corriente según las leyes descubiertas por Ampère. Se está así llevado a escribir que el rotacional del campo magnético es igual (a menos de una constante dependiente de las unidades escogidas) a la densidad de corriente eléctrica. Pero Maxwell advirtió que si se definía la corriente eléctrica que figura en estas ecuaciones únicamente como el flujo de la electricidad, se llegaba a dificultades y, para evitarlas, tuvo la idea admirable de completar la expresión de la corriente agregando al término que representa el desplazamiento de la electricidad por conducción o convección, otro término ligado a la variación en cada instante de la inducción eléctrica. Este nuevo término representa un nuevo género de corriente, la corriente de desplazamiento, que está necesariamente ligado al movi-

miento de la electricidad. En los medios polarizables una parte de la corriente de desplazamiento puede interpretarse por el movimiento de las cargas de la electricidad libre que aparecen a consecuencia de la polarización, pero otra parte de la corriente de desplazamiento, que siempre existe incluso en el vacío cuando el campo eléctrico varía, es completamente independiente de los movimientos de la electricidad. Gracias a la introducción de la corriente de desplazamiento, las dificultades a las cuales hemos hecho alusión desaparecen y la difícil cuestión de las corrientes abiertas y de las corrientes cerradas, que preocupaba a los teóricos de aquella época, se puso en claro, pues si se tiene en cuenta la corriente de desplazamiento, no quedan más que corriente cerradas.

Pero la idea genial de Maxwell, después de haber escrito las ecuaciones generales de los fenómenos eléctricos, fué advertir en estas ecuaciones la posibilidad de considerar la luz como una perturbación electromagnética. Gracias a eso hizo entrar toda la ciencia de la óptica en los marcos del electromagnetismo, reuniendo así dos dominios que parecían absolutamente distintos y realizando una de las más bellas síntesis de las cuales ofrece ejemplo la historia de la física.

Para comprender cómo realizó Maxwell esta síntesis, es necesario saber que las ecuaciones del electromagnetismo contienen una constante que representa la relación de las unidades de carga o de campo en el sistema de las unidades electromagnéticas y en el sistema de las unidades electroestáticas. Combinando las ecuaciones fundamentales, se demuestra fácilmente que los campos electromagnéticos se propagan en el vacío conforme a la ecuación de las ondas y con una velocidad de propagación igual a la constante de referencia. Así, pues, si se quiere interpretar, de acuerdo con Maxwell, las ondas luminosas como si fueran perturbaciones electromagnéticas, se está llevado a prever que la velocidad de propagación de la luz en el vacío debe tener

el mismo valor, representado generalmente por la letra c, que la relación de las unidades. Los datos numéricos conocidos ya en tiempo de Maxwell permitían afirmar que esta igualdad era exacta a menos del 3 ó 4 %. Todas las medidas hechas después tienden a indicar que la igualdad es rigurosa. Este hecho aporta una confirmación brillante a la concepción electromagnética de la luz propuesta por Maxwell.

Con las ideas de Maxwell, una onda luminosa plana monocromática está caracterizada en el vacío por dos vectores, el campo eléctrico y el campo magnético, vibrando con la frecuencia de la onda y propagándose en la dirección de propagación; ambos son iguales, perpendiculares entre sí y a la dirección de la propagación y tienen la misma fase. Todos los resultados de la teoría de Fresnel se reencuentran al asimilar la vibración elástica del éter a la vibración eléctrica: es suficiente, por decirlo así, traducir los razonamientos a otro lenguaje. En la teoría electromagnética se puede muy bien no hablar del éter: basta con considerar las propiedades del espacio vacío como definidas en cada punto por dos vectores, el campo eléctrico y el campo magnético. La teoría toma entonces ese aspecto abstracto que caracteriza con tanta frecuencia las teorías de la física moderna y se convierte esencialmente en un sistema de ecuaciones. Este aspecto abstracto de la teoría electromagnética es visible en particular en la forma que le dió Hertz algún tiempo después de Maxwell. Sin embargo, muchos físicos de esa época experimentaban aún la necesidad de dar una base al campo electromagnético y de considerarlo como estado de alguna cosa. Hicieron grandes esfuerzos, especialmente Lord Kelvin, para obtener una representación mecánica de los fenómenos electromagnéticos con la ayuda de tensiones o de deformaciones del éter, pero esas representaciones nunca fueron completamente satsifactorias y acabaron por caer en el descrédito. Desde entonces el éter no sirvió más que como medio de referencia hipotético, per-

mitiendo definir los sistemas de coordenadas en relación a los cuales las ecuaciones de Maxwell son válidas bajo su forma ordinaria. Pero aun reducido a este modesto papel, el éter se mostró todavía como algo que molestaba: la electrodinámica de los cuerpos en movimiento construída sobre la idea de que el éter podía servir para definir los ejes en reposo absoluto, era una doctrina complicada que, finalmente, no se mostró de acuerdo con la experiencia. La teoría de la relatividad ha aclarado esta situación y ha conducido a abandonar completamente la noción del éter.

Una de las confirmaciones más brillantes de las ideas de Maxwell ha sido el descubrimiento de Hertz de las ondas electromagnéticas llamadas oscilaciones hertzianas. La teoría electromagnética prevé, en efecto, que, si se consigue producir en un circuito eléctrico fenómenos electromagnéticos de frecuencia suficientemente elevada, puede haber emisión en el espacio circundante de una onda electromagnética que, según las ideas de Maxwell, debe tener una estructura completamente análoga a la de las ondas luminosas. Pero las ondas que pueden ser emitidas así con un circuito eléctrico conveniente tienen siempre una frecuencia mucho más débil y una longitud de onda mucho más grande que las que poseen las ondas luminosas. De ahí, naturalmente, proceden diferencias de propiedades importantes: las ondas hertzianas no actúan sobre nuestros sentidos y, en razón de su gran longitud de onda, contornean fácilmente los obstáculos extensos. No obstante, a pesar de estas diferencias, es grande la analogía entre las ondas luminosas y las ondas hertzianas, y se han podido repetir con éstas las experiencias de reflexión, de refracción, de interferencia o de difracción que se consideraban como clásicas para aquéllas; los dispositivos experimentales debieron ser transpuestos, entiéndase bien, a una escala mucho mayor en razón del crecimiento de las longitudes de onda. Este memorable descubrimiento de las ondas hertzianas y de sus propiedades no ha dejado

duda alguna sobre la exactitud de las ideas fundamentales de Maxwell acerca de la luz. Es casi superfluo recordar que el descubrimiento de las ondas hertzianas ha conducido a la telegrafía sin hilos y, más tarde, a los otros procedimientos de telecomunicación derivados de ella.

La teoría electromagnética permite también estudiar la propagación de la luz en los medios materiales. Conduce a la relación famosa que vincula la constante dieléctrica de una sustancia homogénea a su índice de refracción, y permite analizar la extinción de la luz en los medios conductores. Pero, sobre todo, permite analizar de un modo profundo la propagación de la luz en los medios materiales cuando se la completa con la hipótesis de una estructura discontinua de la electricidad contenida en la materia (hipótesis de los electrones). Volveremos sobre esto en el próximo capítulo.

4. — La termodinámica

No podríamos terminar este rápido examen de la física clásica sin decir algunas palabras sobre una ciencia que ha sido creada enteramente por los sabios del siglo XIX: la termodinámica. En el siglo XVIII se admitía que el calor es un flúido que se conserva, es decir, cuya cantidad total permanece invariable en el curso de las diversas transformaciones físicas. Esta hipótesis es suficiente en determinado número de casos, especialmente en el estudio de la propagación del calor a través de los cuerpos. La clásica y hermosa teoría de la propagación del calor, debida a Fourier, parte de relaciones que expresan la *conservación del calórico*. Pero los numerosos fenómenos en que el calor aparece por frotamiento, difícilmente pueden ser interpretados con esta manera de ver y, poco a poco, los físicos llegaron a considerar el calor no ya como una sustancia indestructible, sino como una forma de la energía. En

todos los fenómenos puramente mecánicos que se realizan en torno a nosotros, hay siempre en efecto conservación de la energía, excepto cuando hay frotamiento y aparición de calor. Si puede considerarse el calor como una forma de la energía, se puede admitir un principio general de conservación de la energía. No tengo que recordar aquí cómo este principio acabó por aparecer claramente al espíritu de los físicos hacia mediados del último siglo y cómo ha sido confirmado por la medida del equivalente mecánico de la caloría. Pero, como es sabido, el principio de la conservación de la energía no es bastante para construir la termodinámica. Hay que agregarle el principio de Carnot o del aumento de la entropía. Este principio lo entrevió por primera vez Sadi Carnot en 1824, cuando escribió sus reflexiones sobre la potencia motriz del fuego y advirtió que no puede transformarse íntegramente el calor en trabajo. De las reflexiones de Carnot salió, años más tarde, el principio que nosotros utilizamos hoy. Clausius introdujo, para expresarlo, la noción de entropía y mostró que la entropía de un sistema aislado va siempre en aumento.

Apoyándose sobre estos dos principios fundamentales, se desarrolló la termodinámica que permite la previsión de un considerable número de fenómenos y desempeña en particular un papel esencial en la teoría de los gases. Es una ciencia abstracta que se ocupa únicamente de la energía almacenada en los cuerpos y de las cantidades de trabajo o de calor cambiadas entre ellos. No trata de entrar en la descripción detallada de los fenómenos elementales, no se interesa más que por los aspectos globales. Así es compatible con un gran número de descripciones diferentes de los fenómenos elementales: establece solamente las condiciones a las cuales esas descripciones deben satisfacer. Así, la física atómica clásica, que ignoraba los cuantos, podía dar imágenes de los fenómenos de acuerdo con las exigencias de la termodinámica, pero la física cuántica, aunque basándose

en concepciones muy diferentes, da igualmente imágenes compatibles con la termodinámica. Desde el punto de vista del desarrollo constructivo de las teorías contemporáneas, la termodinámica ha podido servir de guía limitando el número de las hipótesis aceptables, pero sin indicar de una manera unívoca el camino a seguir. Precisamente porque la termodinámica considera sólo las apariencias globales sin querer entrar en el pormenor de los procesos elementales, no corre los riesgos de errar al cual necesariamente están tan expuestas las teorías más audaces que pretenden entrar en la descripción de estos procesos. Por eso mismo un gran número de físicos estaba de acuerdo, hace unos cuarenta años, en que era preferible atenerse a los razonamientos termodinámicos sin la intervención de concepciones más precisas, pero más arriesgadas. Se ha dado a este método prudente el nombre de energética. Pero si la prudencia es madre de la seguridad, en cambio la fortuna sonríe a los audaces. Por tanto, mientras que los energetistas giraban sobre un terreno sólido pero restringido, los partidarios de una descripción más detallada de los fenómenos elementales descubrían nuevos dominios desarrollando las concepciones atomísticas y corpusculares. Estas concepciones han sido confirmadas en numerosos casos por la experiencia, y han descubierto y puesto en claro muchas relaciones ocultas, cuya existencia no podía sospechar siquiera la energética, a tal punto que hoy la antigua posición de la energética corresponde a una época completamente superada. Continuando el estudio de la evolución de la física clásica, debemos ahora penetrar en el mundo nuevo de los átomos y de los corpúsculos.

Capítulo III

ATOMOS Y CORPÚSCULOS

1. — La estructura atómica de la materia

Es harto conocido que los pensadores de la antigüedad tuvieron cierta intuición de la estructura atómica de la materia. Estaban movidos por la idea de orden filosófico de que es imposible concebir una divisibilidad indefinida de la materia, y de que hay que detenerse en alguna parte al realizar la operación que consiste en considerar cantidades más y más pequeñas. Para ellos el átomo era el elemento último, indivisible, de la materia más allá del cual no había nada que buscar. La física moderna ha llegado también a una concepción atómica en la materia, pero para ella el átomo es algo muy diferente al átomo de los antiguos, porque es un pequeño edificio extendido en el espacio y de una estructura complicada. Los verdaderos átomos, en el sentido de los antiguos, que se encuentran en las concepciones de los físicos contemporáneos, son los corpúsculos elementales, los electrones por ejemplo, que consideramos hoy (tal vez provisionalmente) como los constituyentes últimos de los átomos y por tanto de la materia.

Fueron los químicos, como es sabido, los primeros en

introducir de una manera precisa los átomos en la ciencia moderna. El estudio de las propiedades de los cuerpos químicamente bien definidos ha conducido, en efecto, a los químicos a dividirlos en dos clases: los cuerpos compuestos que pueden descomponerse en cuerpos más simples por medio de operaciones apropiadas, y los cuerpos simples que resisten (*) a todas las tentativas de descomposición. Estos cuerpos simples se llaman también frecuentemente elementos. El examen de las leyes cuantitativas según las cuales los cuerpos simples se unen para dar los cuerpos compuestos, ha conducido progresivamente a los químicos del último siglo a adoptar la teoría siguiente: un cuerpo simple está formado de pequeñas partículas, todas semejantes, llamadas los átomos de este cuerpo simple; los cuerpos compuestos están formados de moléculas constituídas por la unión de varios átomos de cuerpos simples. Según esta hipótesis, descomponer un cuerpo compuesto en sus elementos, es romper sus moléculas y poner en libertad los átomos que aquéllas contienen. La lista de los cuerpos simples hoy bien identificados es ya larga. Contiene 89 nombres, y es cierto, por razones sobre las cuales volveremos, que si fuera completa contendría por lo menos 92 nombres. Es, por lo tanto, con 92 especies de átomos diferentes, al menos, que se han construído los cuerpos materiales.

La hipótesis atómica ha resultado fructífera no solamente para explicar los hechos fundamentales de la química, sino también para construir las teorías físicas. Si los cuerpos están realmente formados por átomos, debe ser posible, en efecto, prever sus propiedades físicas partiendo de esta estructura atómica. Las propiedades harto conocidas de los gases, por ejemplo, deben poder interpretarse suponiéndolos formados por un gran número de átomos o de moléculas en rápido movimiento. La presión de un gas sobre las paredes del

* Por lo menos abstracción hecha de las transmutaciones realizadas por los físicos contemporáneos.

recipiente que lo contiene debe ser debida a los choques de sus moléculas contra las paredes: la temperatura del gas debe estar relacionada con la agitación media de las moléculas y esta agitación crecerá cuando la temperatura aumente. Esta concepción de los gases ha sido desarrollada bajo el nombre de teoría cinética de los gases y ha conducido a reencontrar de un modo exacto las leyes de los gases reveladas por la experiencia. Además, si la concepción atómica es una representación exacta de las cosas, los propiedades de los cuerpos sólidos y líquidos deben poder ser interpretadas admitiendo que, para los cuerpos en estos estados físicos, los átomos o moléculas están mucho más cercanos y en relación mucho más estrecha que en los cuerpos en estado gaseoso. Las fuerzas considerables cuya existencia debe suponerse entre átomos o meléculas muy próximos, debes explicar las propiedades de incomprensibilidad, de cohesión, etc., que caracterizan a los cuerpos sólidos o líquidos. Las teorías desarrolladas en ese sentido han hallado numerosas dificultades (varias de las cuales han desaparecido después a consecuencia de las teorías cuánticas), pero en el conjunto los resultados han sido bastante satisfactorios para permitir creer que se está en el buen camino.

Pero si la hipótesis atómica ha resultado fructífera como base de ciertas teorías físicas, no fué menos indispensable para justificar enteramente poner en evidencia su exactitud por experiencias, más o menos directas. Esta gran obra fué llevada a cabo hace unos treinta años por físicos de primer orden, entre los cuales hay que incluir a Jean Perrin, cuyos experiencias a este respecto son memorables. Si es imposible percibir directamente el movimiento de las moléculas o de los átomos, es al menos posible comprobar los movimientos desordenados que estas partículas imprimen, por sus choques continuos, a los gránulos en suspensión dentro de un gas o un líquido. El estudio de este movimiento de agitación llamado *movimiento browniano* ha permi-

tido a Jean Perrin estimar el número de moléculas contenidas en una molécula-gramo de un gas cualquiera en condicones ordinarias de temperatura y de presión. Se sabe que en virtud de una ley clásica de química general debida a Avogadro, este número es el mismo para todos los gases: se llama número de Avogadro. Las experiencias de Jean Perrin han permitido atribuirle un valor comprendido entre 6 y 7.10^{23} y todas las experiencias ulteriores han confirmado notablemente este cálculo. Gran número de métodos diferentes más indirectos pueden conducir a una evaluación del número de Avogadro. Estos métodos se apoyan en el estudio de fenómenos muy diversos: repartición espectral de la energía en la radiación de equilibrio termodinámico, difusión de la luz por los gases, emisión de los rayos X por los cuerpos radioactivos. Las evaluaciones obtenidas así para el número de Avogadro y las magnitudes atómicas que se deducen (masa del átomo H por ejemplo) presentan tal concordancia que no cabe duda sobre la exactitud de la hipótesis atómica.

De este modo la existencia de los átomos postulada por los químicos ha sido demostrada por los físicos. Falta ver cómo la han utilizado los teóricos.

2. — La teoría cinética de los gases. La mecánica estadística

Si se adopta el punto de vista que considera todos los cuerpos materiales como formados por átomos, se está llevodo a pensar que en los cuerpos en estado gaseoso los átomos están suficientemente alejados los unos de los otros, en promedio, como para encontrarse durante la mayor parte del tiempo sustraídos a las interacciones mutuas. De tiempo en tiempo, durante una duración extraordinariamente corta, un átomo se encontrará suficientemente cerca sea de otro átomo de gas, sea de la pared del recipiente donde el gas está encerrado, como para sufrir una acción: se dice entonces que el átomo

sufre un choque contra otro átomo o contra la pared. Entre dos choques consecutivos, el átomo se desplazará libremente sin estar sometido a ninguna fuerza sensible, y se puede ver fácilmente que para todos los gases, en las condiciones usuales, la duración total de los choques sufridos por segundo por un átomo es infinitamente pequeña, comparada con la duración total de los recorridos libres, y esto ocurre aunque el número de choques por segundo sea inmenso. Si se admite que las leyes de la mecánica clásica son aplicables a los átomos, éstos deben estar animados entre dos choques de un movimiento rectilíneo y uniforme, y los choques mismos que dan resultados diferentes, según la manera como se produzcan, deben satisfacer a las leyes de la conservación de la energía y de la cantidad de movimiento. Si se admite, además, que los átomos pueden, por lo menos, para prever el efecto de los choques, ser asimilados a esferas elásticas rígidas, toda la evolución de un gas debe en principio poder ser completamente calculada con ayuda de las ecuaciones de la mecánica clásica. Pero si la construcción de la imagen de un gas formado por átomos o moléculas asimilables a esferas elásticas rígidas, es un problema bien planteado y es susceptible, en principio, de una solución rigurosa, es un problema de una tal complicación que su solución rigurosa y detallada está fuera de toda posibilidad; esto es lo que se nota observando que hay en las condiciones usuales un número del orden de 10^{19} de átomos por centímetro cúbico y que cada uno de estos átomos sufre alrededor de 10^{10} choques por segundo. El problema puede, por tanto, parecer inextricable. Y sin embargo las leyes que rigen los gases son muy simples, por lo menos si nos contentamos con una primera aproximación (leyes de los gases perfectos). Puede entonces parecer completamente paradójico que se pueda esperar explicar esas leyes simples partiendo de una imagen tan complicada como la suministrada por la concepción atómico-cinética de los gases. Pero es, en definitiva, la extrema complejidad de esta

imagen la que permite volver a hallar leyes simples. A causa del número extraordinariamente elevado de los procesos dinámicos que se realizan entre las moléculas de un gas, está permitido estudiar el conjunto de estos procesos con ayuda del cálculo de probabilidades y obtener leyes de promedio de una gran exactitud y con frecuencia de una gran sencillez. La posibilidad de observar un desvío respecto a estos leyes es de una extrema improbabilidad en razón misma del número extraordinariamente elevado de procesos elementales cuyo resultado medio traducen.

La teoría cinética de los gases que se desarrolló hacia el comienzo de la segunda mitad del siglo XIX gracias sobre todo a los esfuerzos de Maxwell y de Clausius, ha sido, por decirlo así, codificada por los trabajos de Boltzmann. No tenemos la intención de resumir los resultados principales alcanzados por esta teoría: son hoy bien conocidos por todos aquellos que han estudiado un poco la física teórica. Recordemos solamente que la presión ejercida por un gas sobre las paredes de su recipiente es interpretada como debida a los choques innumerables de las moléculas gaseosas contra esta pared; que la temperatura se considera que da la medida de la energía cinética media de las moléculas; que la ecuación de estado de los gases perfectos se obtiene muy fácilmente, y que se logran toda clase de previsiones interesantes y exactas en primera aproximación sobre los calores específicos, la difusión de los gases, su viscosidad, etc. Cierto que muchas cuestiones están todavía por tratar en este dominio, y que, recientemente, trabajos como los de Yves Rocard, han abierto nuevos caminos, pero en conjunto puede decirse que la concepción cinética de los gases, fundada sobre la hipótesis de la constitución atómica de la materia, proporciona una buena representación de la realidad.

Uno de los grandes éxitos de la teoría cinética de los gases ha sido la interpretación de la noción de entropía. Haciendo el análisis de los choques mutuos de los áto-

mos de un gas y del establecimiento de un estado de equilibrio por esos choques, Boltzmann ha podido definir una magnitud que debe crecer siempre a consecuencia de los choques, hasta el momento que alcanza su máximo característico del estado de equilibrio. Esta magnitud debe evidentemente ser asimilada a la entropía, y Boltzmann ha demostrado que es igual al logaritmo de la probabilidad del estado instantáneo de la masa gaseosa. Esta observación ha arrojado una luz viva sobre el sentido físico de esta noción de entropía que Henri Poincaré declaró *prodigiosamente abstracta.* El teorema de Clausius, según el cual la entropía de un sistema aislado crece sin cesar, significa, pues, que un sistema aislado evoluciona siempre espontáneamente hacia los estados más probables. Esta hermosa interpretación de la entropía ha constituído un gran éxito para los partidarios de la teoría atómica. Mientras que los energetistas debían admitir el principio de la entropía como un hecho experimental inexplicable, la teoría cinética de los gases consiguió inmediatamente comprenderlo considerando la evolución estadística de un inmenso número de átomos en movimiento desordenado.

La teoría cinética de los gases llevó así a los teóricos a considerar los aspectos globales y estadísticos de un número enorme de procesos mecánicos elementales e incoordenados. Surgió, por tanto, estudiar sistemáticamente esos aspectos apoyándose a la vez sobre las leyes generales de la mecánica y sobre los principios del cálculo de probabilidades. Este estudio ha sido hecho, en efecto, por Boltzmann, luego por Gibbs y ha conseguido llegar a la constitución de una ciencia nueva, la mecánica estadística. La mecánica estadística no solamente permite reencontrar los resultados esenciales de la teorío. cinética, sino también enunciar los resultados generales susceptibles de ser aplicados a conjuntos de átomos o de moléculas no sólo en los gases, sino, por ejemplo, también en los cuerpos sólidos. Tal es, por

ejemplo, el célebre teorema de la equipartición de la energía, según el cual, en un sistema formado por un gran número de constituyentes y mantenido a una temperatura T, la energía se reparte entre los diversos grados de libertad del sistema, de modo que cada uno de esos grados de libertad posea en promedio la misma cantidad de energía proporcional a T. Aplicado a los gases, este teorema da resultados muy interesantes y con frecuencia bien verificados; aplicado a los sólidos, conduce a prever que el calor molecular de los cuerpos sólidos debe ser generalmente igual a 6 (ley de Dulong y Petit) y en todos los casos a no ser nunca inferior a 3, y estas previsiones se encuentran igualmente comprobadas en un gran número de casos. Sin embargo, si estas previsiones rigurosas de la mecánica estadística han soportado con frecuencia victoriosamente el control de la experiencia, a veces han resultado insuficientes: a bajas temperaturas, el calor específico de los gases (a volumen constante) no varía ya como lo prevé la teoría; y ciertos cuerpos sólidos (diamante) tienen un calor molecular muy inferior a 3. Estas discordancias eran inquietantes, porque los métodos de la mecánica estadística son tan generales que no deberían poder tener excepciones, y era incomprensible que, al lado de tantas previsiones tan maravillosamente comprobadas, la teoría experimentase en ciertos casos indiscutibles fracasos. Como veremos posteriormente, el descubrimiento de los cuantos ha esclarecido la situación y nos ha enseñado a conocer los límites de validez de los métodos de la mecánica clásica y, como consecuencia, de la mecánica estadística de Boltzmann-Gibbs.

Según la interpretación que la mecánica estadística suministra acerca de los resultados de la termodinámica, las leyes termodinámicas no tienen más un carácter de necesidad rigurosa; tienen solamente una probabilidad extraordinariamente elevada de verificación. Así, para un gas encerrado en un recipiente dado, mantenido a temperatura constante, la presión o la entropía

del gas calculadas por los métodos de la termodinámica, representan solamente los valores más probables de estas magnitudes compatibles con las condiciones impuestas, pero esos valores más probables son en tal modo más probables que los valores aún muy próximos, que en la práctica son los únicos que pueden ser observados. Sin embargo, teóricamente hay fluctuaciones posibles de las magnitudes instantáneas con relación a sus valores más probables calculados por la termodinámica. Con frecuencia, estas fluctuaciones son demasiado pequeñas o demasiado raras para ser observables, pero en ciertos casos favorables pueden, sin embargo, manifestarse. Se sabe, por ejemplo, que las fluctuaciones de densidad en un gas en la proximidad de su punto crítico dan lugar a apariencias observables (opalescencia crítica).

El éxito de la mecánica estadística ha acostumbrado a los físicos a considerar ciertas leyes de la naturaleza como de origen estadístico. Porque en una masa gaseosa hay un número enorme de procesos mecánicos elementales es que la presión o la entropía del gas obedecen a leyes simples. Las leyes de la termodinámica aparecen como leyes de probabilidad, resultados estadísticos de fenómenos de escala atómica imposible de estudiar directamente y de analizar al pormenor. Las leyes dinámicas rigurosas, el determinismo absoluto de los fenómenos mecánicos, están relegados en el mundo atómico donde resultan inobservables, y son solamente sus consecuencias medias probables las que son observables en gran escala. La atención de los físicos ha sido así atraída por primera vez sobre la importancia de las leyes de probabilidad y sobre el hecho de que, en un gran número de fenómenos por lo menos, las leyes observables son leyes de promedio. Veremos más adelante que la mecánica ondulatoria ha conducido a acentuar esta orientación y a admitir que las leyes observables para las partículas elementales mismas son leyes de probabilidad.

3. — La estructura granular de la electricidad: los electrones y los protones

Se ve por lo que acabamos de recordar, que en física, como en química, la hipótesis según la cual todos los cuerpos están compuestos de moléculas, constituídas ellas mismas por diversos conjuntos de átomos elementales ha resultado muy fructuosa y ha tenido excelentes confirmaciones experimentales. Pero los físicos no se han limitado a eso; han querido saber cómo estaban constituídos los átomos en sí mismos y comprender en qué se diferenciaban los átomos de los diversos elementos unos de otros. En esta difícil tarea han sido ayudados por el progreso de nuestros conocimientos sobre la estructura de la electricidad.

Desde el comienzo del estudio de los fenómenos eléctricos pareció natural asimilar la electricidad a un flúido y considerar, por ejemplo, la corriente eléctrica que recorre un hilo metálico como el pasaje del flúido eléctrico a través de este hilo. Pero hay, como se sabe desde hace mucho tiempo, dos clases de electricidad: la electricidad positiva y la electricidad negativa. Es preciso, pues, suponer la existencia de dos flúidos eléctricos diferentes: el flúido positivo y el flúido negativo. Ahora bien, estos flúidos pueden figurarse de dos maneras diferentes: se les puede imaginar formados por una sustancia, ocupando de una manera continua toda la región donde se encuentra el flúido, o bien se puede, por el contrario, representárselos formados por nubes de pequeños corpúsculos, siendo cada corpúsculo como una pequeña bola de electricidad. La experiencia se ha decidido en favor de la segunda de estas concepciones; nos ha enseñado, hace unos cuarenta años, que la electricidad *negativa* está formada de pequeños corpúsculos todos idénticos, extraordinariamente pequeños por su masa y su carga eléctrica. Los corpúsculos de electricidad negativa se llaman *electrones*. Se sabe que

los electrones han sido observados primero en estado libre fuera de la materia en los rayos catódicos que se producen en los tubos de descarga. Se ha sabido después producirlos por efecto fotoeléctrico y por emisión termoiónica de los cuerpos incandescentes. El descubrimiento de los cuerpos radioactivos ha suministrado inmediatamente nuevas fuentes de electrones, pues varios de estos cuerpos emiten espontáneamente rayos β que no son otra cosa que electrones en general animados de grandes velocidades. Se ha podido comprobar que todos los electrones, sea cual fuere su procedencia, llevan siempre la misma carga negativa extraordinariamente pequeña. Estudiando su manera de comportarse cuando se desplazan en el vacío, se ha podido comprobar que se desplazan como lo harían según las leyes de la mecánica pequeñas partículas electrizadas, y observando cómo estas pequeñas partículas se desplazan en presencia de campos eléctricos o magnéticos se ha podido medir su masa y su carga eléctrica, que son cantidades extraordinariamente pequeñas.

Se ha tardado algo más en obtener las pruebas de la estructura corpuscular de la electricidad positiva. Sin embargo, los físicos han llegado a la certeza de que la electricidad positiva podía en un último análisis considerarse como formada por corpúsculos, todos idénticos: los protones. El protón tiene una masa que, aunque muy pequeña todavía, es aproximadamente dos mil veces más grande que la del electrón; este hecho establece una disimetría curiosa entre la electricidad positiva y la electricidad negativa. Por el contrario, la carga del protón es igual a la del electrón en valor absoluto, pero, entiéndase bien, positiva en lugar de negativa. Hasta una fecha muy reciente, el protón ha sido considerado como constituyendo la unidad elemental de electricidad positiva. Pero el descubrimiento del electrón positivo ha venido, hace tres años*, a complicar

* El libro fué escrito en 1937. — N. del T.

las cosas: más adelante veremos, en efecto, que se ha podido revelar la existencia de corpúsculos de electricidad positiva que poseen la misma masa que el electrón con una carga eléctrica igual y de signo contrario: los electrones positivos o positones. ¿Cuál es, entonces, el verdadero corpúsculo elemental de la electricidad positiva? ¿Es el protón o el positón? ¿O bien debe admitirse que hay dos corpúsculos elementales de electricidad positiva irreducibles el uno al otro? El descubrimiento de los neutrones, que precedió de muy poco al de los electrones positivos, conduciría a la creencia de que los protones son complejos y están formados por la unión de un neutrón y de un electrón positivo. La cuestión no puede considerarse hoy como resuelta. Sea lo que fuere, hasta estos últimos años los físicos han admitido siempre que el protón era la unidad de electricidad positiva. Éste es el punto de vista que nosotros queremos mantener por el momento.

Los electrones y los protones tienen una masa extraordinariamente pequeña, pero, sin embargo, no nula, y un número enorme de protones y de electrones podrá presentar en total una masa considerable. Es tentador, pues, suponer que todos los cuerpos materiales, esencialmente caracterizados por el hecho de ser pesados y de tener inercia, es decir por su masa, están formados únicamente en último análisis por protones y electrones en cantidades enormes. Según esta manera de ver, los átomos de los elementos, que son los materiales últimos de que están construídos todos los cuerpos materiales, deben estar formados también de protones y electrones; y las 92 clases de átomos diferentes de los 92 elementos, deben estar constituídas por 92 arquitecturas diferentes de electrones y de protones.

La cuestión que se plantea, entonces, consiste en saber cuáles podrían ser estas arquitecturas de electrones y protones, es decir, en construir *modelos de átomos*. Se han considerado diversas hipótesis. Sir J. J. Thompson, ilustre físico que tanto ha contribuído con sus trabajos

a precisar nuestros conocimientos sobre la constitución de la materia, ha propuesto un modelo que ha tenido cierta boga: ha representado el átomo como una bola homogénea de electricidad positiva dentro de la cual se encuentran en equilibrio los electrones negativos. Pero el que ha triunfado finalmente ha sido otro modelo, el modelo llamado hoy modelo de Rutherford-Bohr, que representa el átomo como un pequeño sistema solar en miniatura formado por una carga central positiva alrededor de la cual gravitan los electrones. Esta imagen del átomo sugerida primero por Jean Perrin fué confirmada por el estudio de la desviación de las partículas α a través de la materia. Este estudio, efectuado sobre todo por Lord Rutherford y sus colaboradores, ha demostrado que la carga positiva del átomo está concentrada en un espacio muy pequeño en el centro del átomo, de acuerdo con el modelo planetario. El núcleo central del átomo llevaría así una carga eléctrica positiva y estaría rodeado de electrones desempeñando el papel de planetas y gravitando alrededor suyo bajo la acción de la fuerza de Coulomb. Cada género de átomos estará caracterizado por el número N de electrones-planetas que encierra en su estado normal. Como un átomo en su estado normal debe ser eléctricamente neutro, se ve que el átomo de N electrones-planetas debe tener un núcleo cuya carga eléctrica sea igual y de signo contrario a la de los N electrones. En un átomo de un solo electrón-planeta, el núcleo debe llevar una carga igual y de signo contrario a la del electrón, y todos los demás núcleos llevarán cargas positivas que serán múltiplos de ésta. El núcleo del átomo de un electrón (átomo de hidrógeno) puede ser considerado como la unidad de electricidad positiva: es precisamente el protón del cual hemos hablado ya. Cada género de átomos se caracteriza así por un número entero N que se llama su *número atómico*, y es posible colocar los 92 elementos en una serie lineal a lo largo de la cual el número atómico va creciendo de

1 a 92. Es *a priori* verosímil que la clasificación obtenida así coincidirá sensiblemente con la clasificación por orden de pesos atómicos crecientes, pues cuanto más se complica el núcleo, más debe crecer su peso. Ciertos fenómenos han permitido atribuir con certeza a los diversos elementos un número atómico determinado: tal es el desplazamiento en la escala de las frecuencias de las rayas homólogas en el espectro de rayos X de los elementos, desplazamiento que, según una ley experimental debida a Moseley (1913), es proporcional al cuadrado del número atómico. La sucesión de los números atómicos crecientes coincide, con algunas interversiones, con la de los pesos atómicos crecientes.

La teoría planetaria del átomo está por tanto confirmada por la experiencia. En 1913, Bohr en una memoria que se ha hecho célebre, llegó a dar a esta teoría un desarrollo matemático que permite la previsión exacta de los espectros ópticos y de Röntgen. Pero para obtener estos notables resultados, Bohr hubo de aplicar al modelo planetario del átomo las ideas directrices de la teoría de los cuantos, pues la aplicación a este modelo de las ideas de la mecánica y del electromagnetismo clásico no podía conducir a ningún resultado bueno, como explicaremos más adelante. La teoría de Bohr, no pudiendo desarrollarse sino con ayuda de los cuantos, tendrá que ser estudiada en un capítulo ulterior.

4. — Las radiaciones

Acabamos de exponer brevemente cómo la física moderna, principalmente en el período comprendido entre 1870 y 1910, ha podido hacer progresar nuestros conocimientos sobre la estructura de la materia y de la electricidad. Conviene decir aquí también algunas pa-

labras acerca del modo cómo ella, en este mismo período, hizo progresar nuestro conocimiento de las radiaciones.

El dominio de la óptica y de la teoría de las ondas ha sido, en efecto, considerablemente ampliado por el descubrimiento de nuevas clases de ondas que no difieren de la luz ordinaria más que por su longitud de onda más pequeña o más grande. Las ondas nuevas permanecieron largo tiempo desconocidas porque no impresionan nuestro ojo, sino que son susceptibles de ejercer ciertas acciones físicas tales como calentamientos, impresiones fotográficas, efectos eléctricos, etc.; esto es lo que ha permitido a los físicos establecer su existencia. A estas ondas, que son idénticas por su naturaleza a la luz, diferenciándose sólo en la longitud de onda, se les ha dado el nombre genérico de radiaciones, y las diversas clases de luces visibles sólo aparecen como un pequeño grupo en la gran familia de las radiaciones.

Gracias a los descubrimientos hechos desde hace cincuenta años, conocemos hoy sin lagunas todas las radiaciones cuyas longitudes de ondas se escalonan desde cincuenta kilómetros hasta diez milésimas de millón de milímetro. El inmenso dominio de las radiaciones hertzianas, muy conocidas a causa de su empleo en telefonía sin hilos, se extiende de cincuenta kilómetros a una décima de milímetro. De una décima de milímetro hasta ocho diezmilésimas de milímetro se encuentran las radiaciones infrarrojas de fuerte efecto calórico; de ocho diezmilésimas de milímetro a cuatro diezmilésimas de milímetro se halla la luz visible del rojo al violeta. De cuatro diezmilésimas de milímetro a una diezmilésima de milímetro, se sitúa la ultravioleta de fuerte acción química y fotográfica. Luego viene el gran dominio de los rayos de Röntgen, o rayos X, de una diezmilésima de milímetro aproximadamente hasta una cien millonésima de milímetro. Más allá, en fin, con longitudes de onda más cortas todavía, se sitúan los rayos muy

penetrantes emitidos por los cuerpos radioactivos o rayos γ.

No tenemos que recordar aquí cómo han sido descubiertas sucesivamente por una larga serie de admirables trabajos todas las radiaciones de esta inmensa gama. Lo que hay que hacer notar como esencial es que para todas estas radiaciones, la concepción ondulatoria, que había sido tan brillantemente confirmada por los hechos en el dominio de la luz visible, se ha mostrado igualmente válida. Con las ondas hertzianas, con los rayos X e incluso con los rayos γ se han podido obtener fenómenos de carácter netamente ondulatorio (refracción, interferencias, difracción, difusión). No ofrece ya dudas hoy que para todas las radiaciones, la teoría ondulatoria es valedera exactamente como para la luz. Las diversas radiaciones no difieren entre sí más que por sus longitudes de onda, y son las variaciones de éstas la causa de todas las diferencias de sus propiedades. Pero debemos desde ahora subrayar que, si la concepción ondulatoria se aplica a todas las radiaciones, ha encontrado también en todas, las mismas limitaciones en el curso del desarrollo contemporáneo de la física, y veremos cómo el retorno a las concepciones corpusculares, expresado por la concepción de los fotones, ha resultado necesaria en todo el dominio de las radiaciones, y esto acaba de demostrar que todas las radiaciones tienen esencialmente la misma naturaleza física.

El descubrimiento y la clasificación de las diversas radiaciones, las pruebas de la identidad de su naturaleza, ha permitido a los sabios, hace una cuarentena de años, distinguir en el mundo físico dos entidades distintas: por una parte la materia formada de átomos constituídos en sí mismos por ensambladuras de protones y de electrones, es decir de granos elementales de electricidad; por otra parte, la radiación constituída por el conjunto de las radiaciones idénticas en naturaleza y diferenciadas unas de otras solamente por el valor de

su longitud de onda. Materia y radiación son realidades completamente independientes, pues la materia puede existir fuera de toda radiación y la radiación puede atravesar regiones de espacio enteramente vacías de materia. Sin embargo, uno de los problemas esenciales de la física consiste en estudiar las interacciones que se ejercen entre materia y radiación cuando ambas están en presencia. Es preciso intentar analizar las acciones de la radiación sobre la materia, y las reacciones de la materia sobre la radiación; es preciso llegar a conocer la manera por la cual la materia es capaz de absorber o emitir radiaciones. La primera teoría que, en la física moderna, ha intentado resolver de una manera completa y detallada estos problemas, es la teoría de los electrones. Debemos, pues, decir ahora algunas palabras de ella.

5.— La teoría de los electrones

La teoría electromagnética de Maxwell suministra ecuaciones que representan exactamente en nuestra escala la vinculación entre los campos electromagnéticos medibles por una parte, y las cargas y las corrientes eléctricas por otra parte. Obtenidas reuniendo en un solo sistema formal el resultado de las experiencias macroscópicas, su valor era indiscutible en este dominio. Pero para describir el detalle de los fenómenos eléctricos en el seno de la materia y en el interior de los átomos, para prever las radiaciones emitidas o absorbidas por las partículas materiales últimas, era necesario extrapolar las ecuaciones de Maxwell y darles una forma aplicable al estudio de los fenómenos de la escala atómica y corpuscular. Esto es lo que hizo, con más audacia de la que en principio pueda imaginarse, uno de los grandes *pioneers* de la física teórica moderna H. A. Lorentz.

Lorentz tomó como punto de partida la idea de introducir en las ecuaciones del electromagnetismo la estruc-

tura discontinua de la electricidad. Admitió la existencia de corpúsculos elementales de electricidad a los cuales dió el nombre genérico de electrones, y supuso que toda la materia está formada de combinaciones de estos corpúsculos. Lo que nosotros llamamos vulgarmente un cuerpo cargado eléctricamente, es un cuerpo que contiene en total más corpúsculos conduciendo electricidad de un cierto signo, que corpúsculos conduciendo electricidad de signo contrario. Un cuerpo eléctricamente neutro es un cuerpo conteniendo en cantidades iguales los corpúsculos que conducen las dos clases de electricidad. Naturalmente, en todo cuerpo material de nuestra escala, el número de corpúsculos electrizados presentes es siempre enorme. Según esta manera de ver, la corriente eléctrica que recorre un conductor es debida a un desplazamiento de conjunto de los electrones contenidos en este conductor, de manera que la propiedad de ser conductor se explica por una cierta libertad de movimientos para los electrones en el cuerpo conductor. Por el contrario, las propiedades de los aisladores se explican por el hecho de que los electrones contenidos en el aislador tienen una posición de equilibrio y no pueden apartarse de ella sino muy poco. Cada electrón crea alrededor de él un campo electromagnético, y los campos que nosotros podemos observar y medir en nuestra escala son el resultado estadístico de la superposición de un número enorme de campos elementales debidos a los diversos electrones de la materia. Como sucede con frecuencia, este resultado estadístico obedece a leyes simples y estas leyes son las leyes de la teoría de Maxwell, que enlazan los campos macroscópicos a las cargas y a las corrientes eléctricas observables directamente. Más atrevida que la teoría de Maxwell, la teoría de Lorentz busca descubrir los fenómenos electromagnéticos microscópicos de los cuales resultan los fenómenos observables de nuestra escala por un efecto de promedio. Por tanto, busca esta teoría definir los campos electromagnéticos, las cargas y las corrien-

tes en cada punto y en cada instante, tanto en los espacios que separan los electrones como en el interior mismo de los electrones. Lorentz ha admitido que las cantidades microscópicas, campos, cargas, corrientes, obedecen a ecuaciones de la misma forma que las ecuaciones macroscópicas de Maxwell, con la única diferencia de que ya no es posible distinguir los campos y las inducciones correspondientes y que las cargas y corrientes se expresan aquí en función de la estructura misma de la electricidad. Se puede demostrar que promediando los fenómenos microscópicos elementales, se puede volver de las ecuaciones de Lorentz a las ecuaciones de Maxwell e interpretar a un mismo tiempo la diferencia entre los campos y las inducciones. El electromagnetismo de Maxwell aparece, por consiguiente, como un electromagnetismo *grosero,* resultante de las compensaciones de los promedios del electromagnetismo *fino* de Lorentz.

La teoría de los electrones, construída sobre las bases que acabamos de esbozar, ha logrado importantes éxitos en lo que se refiere a la previsión de un gran número de fenómenos. Primero ha permitido volver a encontrar la interpretación de las leyes de la dispersión obtenida ya por ciertas teorías anteriores. Después, y éste ha sido sin duda su éxito más importante, permitió prever de una manera exacta el efecto Zeeman normal, es decir, el modo cómo las rayas espectrales emitidas por un átomo son afectadas, en el caso más simple, por la presencia de un campo magnético uniforme. El descubrimiento de esta acción del campo magnético sobre la frecuencia de las rayas espectrales ha aportado una comprobación completa a la teoría de los electrones; y de la modificación de las frecuencias, se ha podido deducir que las partículas a cuyo movimiento va unida la emisión espectral son los electrones negativos, cuya existencia normal en el interior de la materia se ha demostrado de este modo. La teoría de Lorentz ha obtenido con esto un gran éxito. De una manera general ha

aportado también interpretaciones satisfactorias para todos los fenómenos en que la acción de los campos eléctricos y magnéticos produce una variación de las condiciones normales de emisión, de propagación y de absorción de la luz. Tal es, por ejemplo, el caso del fenómeno de polarización rotatoria magnética (efecto Faraday) que, a la luz de la teoría de Lorentz, aparece como un efecto Zeeman inverso. Tales son, además, los fenómenos de birrefringencia eléctrica y birrefringencia magnética. En todo este dominio que constituye la electro-óptica y la magneto-óptica, los servicios prestados por la teoría de Lorentz han sido muy considerables.

La teoría de los electrones ha parecido traer también la solución de un problema capital: el origen de la emisión de las radiaciones por la materia. Según las ecuaciones de Lorentz, un electrón animado de un movimiento rectilíneo y uniforme transporta con él globalmente su campo electromagnético y, por tanto, no hay en este caso ninguna emisión de energía en el espacio circundante. Pero si el movimiento de un electrón comporta una aceleración, se puede demostrar que hay emisión de una onda electromagnética, y la energía así perdida en cada instante por el electrón es proporcional al cuadrado de su aceleración. Estando constituída una corriente alternada por innumerables electrones en movimiento periódico, se explica inmediatamente por qué una tal corriente puede irradiar energía y se encuentra así la explicación de la emisión de las ondas hertzianas por las corrientes alternadas en circuito abierto, tales como las corrientes que recorren una antena de radiotelefonía. Se vuelve a encontrar, pues, la teoría de la emisión de las ondas hertzianas tal como está contenida en las ecuaciones de Maxwell. Pero, calculando la onda emitida por el movimiento acelerado de un solo electrón, la teoría de los electrones da una imagen *fina* de este fenómeno de la emisión de la radiación por la materia y debe, pues, poder explicar en principio el nacimiento de las ondas electromagnéticas en la escala ató-

mica y mostrar, por ejemplo, cómo las rayas espectrales emitidas por un átomo proceden del movimiento de los electrones contenidos en este átomo. Ya veremos inmediatamente las dificultades con que ha tropezado la realización de este programa. Pero en sus comienzos la teoría de la *onda de aceleración* ha parecido suministrar la explicación completa de la emisión de la radiación por la materia, y el hecho de que los rayos X aparezcan cuando un electrón que acaba de chocar un anticátodo sólido sufra una brusca detención, ha parecido una prueba muy considerable en favor de esta opinión.

A pesar de sus comienzos brillantes, la teoría de los electrones no ha sido suficiente para interpretar las propiedades de la materia en la escala atómica. Como veremos, estudiando con ayuda de las ecuaciones de Lorentz el equilibrio termodinámico entre la materia y la radiación, se ha llegado a dificultades que sólo han podido vencerse por la introducción de las concepciones completamente nuevas de la teoría de los cuantos. Por otra parte, si se quiere interpretar la radiación de los átomos por el movimiento de los electrones intraatómicos, es preciso suponer que en el estado normal los electrones interiores del átomo están inmóviles; de lo contrario, obligados a moverse en el interior del pequeño dominio del átomo, estarían forzosamente animados de movimientos muy acelerados y emitirían constantemente energía bajo la forma de radiación, lo que sería contrario a la propia idea de la estabilidad del átomo. Ahora bien, ya hemos visto que los progresos de nuestros conocimientos sobre el átomo nos han conducido a adoptar para éste un modelo planetario con movimiento continuo de los electrones-planetas. De ahí, una flagrante contradicción entre la existencia de estados estables para el átomo y la teoría de la onda de aceleración. Aquí también la solución no ha podido obtenerse por la teoría de Bohr sino introduciendo las concepciones cuánticas.

Se ve así por estos varios ejemplos, que podrían multiplicarse, que la teoría electromagnética, completada

y extendida por Lorentz teniendo en cuenta la discontinuidad de la electricidad, ha podido explicar brillantemente numerosos fenómenos, pero que en el dominio atómico ha fracasado ante la imposibilidad de comprender los hechos experimentales sin apelar a las ideas completamente diferentes de las llamadas hoy "clásicas" sobre las cuales descansa.

CAPÍTULO IV

LA TEORIA DE LA RELATIVIDAD

1. — El principio de relatividad

Antes de abordar el estudio del desarrollo de nuestros conocimientos sobre los cuantos, es imposible no consagrar un corto capítulo a la teoría de la relatividad. Relatividad y cuantos son los dos pilares de la física teórica contemporánea y, aunque queremos en este libro dirigir nuestra atención sobre todo hacia el segundo, no podemos pasar enteramente en silencio el primero.

El desarrollo de la teoría relativista ha tenido su punto de partida en el estudio de ciertos hechos pertenecientes al dominio de la óptica de los cuerpos en movimiento. La concepción fresneliana de la luz admitía, como hemos visto, la existencia de un éter que extendido en todo el universo y penetrando en todos los cuerpos, servía de soporte a las ondas luminosas. La teoría de Maxwell ha atenuado un poco la importancia del éter, pues no exige ya que la vibración luminosa sea la vibración de algo; se puede suponer la vibración luminosa definida únicamente por vectores electromagnéticos. Habiendo sido poco satisfactorias las tentativas hechas

para interpretar mecánicamente las leyes del electromagnetismo, se terminó por considerar los campos de la teoría de Maxwell como datos primarios que era inútil tratar de interpretar por imágenes mecánicas. Desde entonces la teoría electromagnética no tuvo necesidad alguna de invocar la existencia de un medio elástico vibrante. La noción de éter pareció volverse inútil para los sucesores de Maxwell. En realidad no sucedió así, y los sucesores de Maxwell, Lorentz en particular, debieron continuar hablando del éter. ¿Por qué ha sido así? Porque las ecuaciones del electromagnetismo de Maxwell no satisfacen el principio de relatividad mecánica, es decir, que si son válidas en un cierto sistema de referencia, no lo son en un sistema animado con relación al primero de un movimiento de traslación rectilínea y uniforme —por lo menos si se admite, lo que parecía entonces natural, que al pasar del primer sistema al segundo, se debían hacer los cambios de coordenadas como se hacían siempre en este caso en la mecánica clásica. En mecánica clásica, en efecto, se admitía que existe un tiempo absoluto, válido para todos los observadores en todos los sistemas de referencia, y además se admitía también que la distancia de dos puntos del espacio tiene igualmente un carácter absoluto y debe tener el mismo valor en todos los sistemas que se pueden emplear para referir la posición de los puntos en el espacio. Ambos principios, que parecía tan natural admitir, daban inmediatamente las fórmulas simples y clásicas que dan la transformación de las coordenadas cuando se pasa de un sistema de referencia a otro que está en movimiento de traslación rectilínea y uniforme con relación al primero. Estas fórmulas definían la transformación de Galileo. Ahora bien, hay un teorema fundamental de la mecánica clásica, que afirma que las ecuaciones de esta mecánica son invariables para la transformación de Galileo. Válidas en los sistemas de referencia, ligados al conjunto de las estrellas fijas, las ecuaciones de Newton continúan siendo valederas en to-

do sistema en movimiento de traslación rectilínea y uniforme con relación a las estrellas fijas si se admite la validez, para el paso de uno de estos sistemas al otro, de la transformoción de Galileo. Pero, por el contrario, las ecuaciones de las teorías de Maxwell y de Lorentz, muy diferentes por su forma de las ecuaciones de la mecánica clásica, no son invariantes para la transformación de Galileo. Se debería concluir que, si las ecuaciones de Maxwell son válidas en un cierto sistema de referencia, dejan de serlo en un segundo sistema en movimiento rectilíneo y uniforme respecto al primero. Todo sucede, pues, como si existiera en el universo cierto *medio* de referencia tal que las ecuaciones del electromagnetismo fueran válidas para los sistemas de ejes ligados a ese medio y para ellos solamente. Este medio de referencia es el que los sucesores de Maxwell llamaban por definición el éter. El éter no era, por tanto, más para ellos, un medio elástico con una cierta sustancialidad y capaz de propagar las vibraciones luminosas, sino un medio abstracto y convencional que servía para referir los sistemas con respecto a los cuales las ecuaciones de Maxwell eran válidas.

Ahora bien, aun reducido a este papel modesto el concepto del éter se ha mostrado todavía, como lo hemos dicho ya, bastante perturbador. En efecto, los fenómenos luminosos observados deberían, según la teoría de Maxwell-Lorentz, ser influenciados por el movimiento del observador con relación al éter, y un físico debería, haciendo observaciones sobre la propagación de la luz, poder deducir la velocidad que posee en relación al éter, lo que le daría un cierto grado de sustancialidad a este ente misterioso. Ahora bien: precisamente, el físico terrestre que hace experimentos en su laboratorio es siempre arrastrado con gran velocidad por el movimiento de la Tierra alrededor del Sol, y, además, su velocidad de arrastre cambia completamente de dirección de una época a otra del año, puesto que el movimiento de la Tierra alrededor del Sol es aproximadamente circular. Así, pues, si por un inverosímil azar el físico terrestre se encuentra en una cierta época del año con que está en reposo en relación al éter, algunas semanas o algunos meses después se encontraría en rápido movimiento con respecto al mismo. De este modo, por experiencias escalonadas a lo largo del año, se debe poder poner en evidencia necesariamente el movimiento de la Tierra respecto al éter. Sin embargo, todas las experiencias hechas en óptica por los sabios del siglo XIX, a pesar de ser muy precisas y variadas, no han podido poner en evidencia la influencia del movimiento de la Tierra con respecto al éter. Durante mucho tiempo, sin embargo, esta ausencia de resultados ha podido estar de acuerdo con las teorías admitidas porque éstas no preveían más que efectos extraordinariamente pequeños, inferiores a los que las experiencias de la óptica podrían poner en evidencia a pesar de ser extremadamente precisas. Se puede, en efecto, demostrar que el movimiento del observador con relación al éter debe provocar solamente efectos proporcionales al cuadrado del cociente de la velocidad del observador con respecto al éter y de la velocidad de la luz en el vacío. Como este cociente es siempre extraordinariamente pequeño, los efectos que produce son extraordinariamente débiles. Pero, gracias a los progresos incesantes de la técnica experimental, ha llegado un momento en que los experimentadores han sido capaces de poner en evidencia, por experiencias de interferencias, cantidades del orden de aquéllas que la teoría preveía debían traducir la influencia del movimiento del observador en relación al éter. Y, sin embargo, la experiencia ha suministrado un resultado negativo: los efectos esperados que preveía la teoría, seguramente muy pequeños, pero que hubieran debido ser medibles, no han podido ser evidenciados. El éter se obstinaba en continuar inaprehensible, resultando esta vez en contradicción flagrante con la teoría clásica. Ésta fué la conclusión de un gran alcance que se desprendió de la célebre experiencia de Michelson, en

1881, repetida poco después por Michelson y Morley. Y otras experiencias también que hubieran debido poner en evidencia el movimiento de la Tierra con relación al éter, por efectos no ya ópticos, sino electromagnéticos (experiencia de Trouton y Noble, por ejemplo), no tuvieron más éxito que la de Michelson.

Se hicieron naturalmente numerosas tentativas para tratar de conciliar el resultado negativo de la experiencia de Michelson con las teorías existentes. Fitzgerald y Lorentz propusieron especialmente admitir la existencia de una contracción de los cuerpos materiales provocada por su movimiento en el éter; esta contracción hubiera disminuído la longitud de los cuerpos en el sentido de su movimiento respetando sus dimensiones transversales, y debía tener por resultado compensar exactamente los efectos del movimiento sobre la propagación de la luz. Pero esta ingeniosa hipótesis tenía evidentemente un carácter completamente artificial y parecía imaginada únicamente para disfrazar un fracaso. Fué, como es sabido, Albert Einstein quien, con un admirable esfuerzo de pensamiento, pudo encontrar la verdadera solución del problema (1905).

La causa profunda por la cual la teoría electromagnética de Maxwell-Lorentz parecía implicar la posibilidad de poner en evidencia, por medidas de orden óptico o electromagnético, el movimiento de traslación uniforme de un observador, con relación al éter, es que se admitía *a priori* que, en el momento del pasaje de un sistema de coordenadas a otro sistema animado con relación al primero de un movimiento de traslación rectilíneo y uniforme, las coordenadas de los dos sistemas estaban ligadas por las fórmulas de la transformación de Galileo. Empero, las ecuaciones de Maxwell-Lorentz no son invariantes para la transformación de Galileo y de ello resulta, como hemos visto, la posibilidad, no confirmada por los hechos, de poner en evidencia el movimiento de la Tierra con relación al éter. Pero el estudio matemático de las ecuaciones del electromagnetismo había mostrado a Lorentz que, si estos ecuaciones no son variantes para la transformación de Galileo, lo son en cambio para otra transformación lineal de coordenadas, algo más complicada que la de Galileo y que se llama hoy la transformación de Lorentz. Al principio, esto pareció ser una simple curiosidad matemática, ya que la transformación de Lorentz no parecía tener una significación física muy clara. Pero fué uno de los aspectos de la idea genial de Einstein admitir que la transformación de Lorentz representa la relación verdadera que existe físicamente entre las coordenadas empleadas por dos observadores en traslación uniforme uno respecto al otro, si por lo menos ambos observadores se hallan también en traslación uniforme con respecto al conjunto de las estrellas fijas. No sería por tanto la transformación de Galileo sino la de Lorentz la que sería físicamente exacta en ese caso. Como las ecuaciones del electromagnetismo son invariantes para la transformación de Lorentz, resulta entonces que estas ecuaciones tienen la misma forma para los dos observadores en movimiento relativo uniforme: todos los fenómenos ópticos y electromagnéticos son, pues, rigurosamente los mismos para los dos observadores, y es imposible que uno de estos fenómenos permita a uno de estos observadores descubrir su movimiento absoluto con relación al éter. El resultado negativo de la experiencia de Michelson y de otras experiencias intentadas para medir el movimiento de la Tierra con relación al éter resulta entonces completamente natural. A la inversa, si se postula como un principio la *relatividad* de todos los fenómenos ópticos y electromagnéticos en el mismo sentido en que la mecánica clásica admitía la relatividad de los fenómenos mecánicos, resulta necesario admitir que es la transformación de Lorentz y no la de Galileo la que expresa correctamente las relaciones entre las coordenadas de dos observadores en movimiento relativo rectilíneo y uniforme.

Importaba estudiar las causas y las consecuencias

físicas de la necesidad de sustituir la transformación de Galileo por la de Lorentz. Esto es lo que ha hecho Einstein, gracias a una profunda y fina crítica de las ideas de espacio y tiempo. Esta crítica era necesaria, pues la adopción de la transformación de Lorentz implica consecuencias que podían parecer a justo título paradojales. Esta transformación implica, en efecto, por una parte, que no existe el tiempo absoluto, es decir, que dos observadores en movimiento relativo no emplean el mismo tiempo, y por otra parte que la distancia en el espacio de dos señales materiales no tiene tampoco un carácter absoluto y no es la misma para los dos observadores en cuestión. Admitiendo como postulados el carácter absoluto del tiempo y el de la distancia en el espacio, se llegaba necesariamente a la transformación de Galileo; la adopción de la transformación de Lorentz implica el abandono de estos postulados que parecían tan naturales. Para poner en claro esta difícil cuestión, Einstein ha efectuado un análisis crítico completo de los procedimientos que permiten experimentalmente la determinación de las duraciones y de las distancias. Para hacer este análisis, ha admitido como hipótesis fundamental que ningún transporte de energía, ninguna señal, puede tener lugar con una velocidad superior a la de la luz en el vacío y que, además, la velocidad de la luz en el vacío es una constante independiente de la dirección de propagación. Ha podido entonces mostrar que la existencia de un límite superior de las velocidades de propagación para las señales más rápidas, permitiría comprender y justificar la validez de las fórmulas de la transformación de Lorentz.

En primer término, Einstein se preguntó cómo, en un sistema de referencia, debe ser establecido el sincronismo entre los diversos relojes que miden el tiempo en los diversos puntos de este sistema. Como es imposible comparar directamente los relojes que no están en el mismo lugar, la sincronización de los relojes debe

hacerse por cambio de señales y es fácil precisar cómo debe operarse. Efectuada la sincronización entre todos los relojes del sistema considerado, se puede decir que el sistema tiene en lo sucesivo su *tiempo propio.* Pero la sincronización así obtenida sólo es valedera para el sistema en que ha sido efectuada (o para los sistemas en reposo en relación a él); el resultado completamente nuevo del análisis de Einstein es que aquélla no permite definir un tiempo absoluto válido en todos los sistemas. Precisemos este punto. Sean dos sistemas de referencia A y B en movimiento relativo rectilíneo y uniforme el uno con respecto al otro. Supondremos que la sincronización de los relojes ha sido efectuada en ambos sistemas. Los diferentes puntos del sistema A están provistos de relojes sincronizados entre sí, y de la misma manera los diferentes puntos del sistema B están provistos de relojes sincronizados entre sí. Debido al movimiento, los relojes de A y los relojes de B desfilan los unos delante de los otros. Si los observadores se colocan en el sistema A cerca de los relojes y anotan la hora marcada por el reloj B, que pasa delante de ellos cuando su reloj propio marca una hora determinada, mediodía, por ejemplo, sucede que las horas así observadas por los diversos observadores en los relojes móviles, son diferentes. Dicho de otro modo, las horas así observadas en los diversos relojes de B en un mismo instante del tiempo propio de A son diferentes. Y de la misma manera, ya que todo es recíproco entre A y B, las horas observadas en los relojes de A en un mismo instante del tiempo de B por los observadores colocados en B, son diferentes. No hay ya en la teoría de la relatividad simultaneidad que tenga un sentido absoluto y válido para sistemas en movimiento relativo. Y Einstein ha demostrado cumplidamente cómo este hecho, al principio paradójico, es una consecuencia de la imposibilidad de operar las sincronizaciones con ayuda de señales que tengan una velocidad superior a la de la luz en el vacío.

Prosiguiendo por este camino de la interpretación física de la transformación de Lorentz, Einstein ha mostrado que todo ocurre como si un objeto material en movimiento con relación a un observador, le pareciese a éste más corto en la dirección del movimiento de lo que le parecería a un observador arrastrado por su propio movimiento. En otros términos, consideremos dos observadores que están animados, el uno con respecto al otro, de un movimiento relativo rectilíneo y uniforme en una determinada dirección D, y supongamos que uno de estos observadores transporta con él una regla orientada paralelamente a D y cuya longitud medida por él es, por ejemplo, de un metro; el otro observador atribuirá a esta regla una longitud inferior a un metro, y la diferencia será tanto más marcada cuanto más rápido sea el movimiento relativo. Por otra parte, esta *contracción* de la regla arrastrada, relativa al segundo observador, tiene en general un valor extraordinariamente pequeño, y sólo si la velocidad relativa es próxima a la de la luz en el vacío puede llegar a ser notable. Ésta es la razón por la cual no se puede evidenciarla directamente por la experiencia, pero esta contracción siempre mínima en la práctica es precisamente igual a la contracción imaginada por Fitzgerald y Lorentz y basta para explicar rigurosamente el resultado negativo de la experiencia de Michelson. Hay, no obstante, una diferencia esencial entre la contracción de Lorentz-Fitzgerald y la que resulta, según Einstein, de la transformación de Lorentz. La primera, en efecto, era considerada como una contracción real provocada por el movimiento absoluto del cuerpo en el éter, mientras que la segunda es una contracción aparente relativa al segundo observador: deriva únicamente de la manera como los diversos observadores realizan sus medidas de distancias y de duraciones, y de la transformación de Lorentz que expresa matemáticamente la relación entre las medidas así efectuadas por los dos observadores.

La contracción aparente de las longitudes tiene como

complemento la disminución aparente de velocidad en el movimiento de los relojes. Los observadores unidos al sistema A y que estudian la marcha de un reloj arrastrado por el sistema B encuentran que este reloj se atrasa en relación a sus propios relojes; tienen la impresión de que el reloj arrastrado va demasiado lentamente. Einstein ha demostrado que esto también es una consecuencia de la transformación de Lorentz. La contracción de las longitudes y la disminución de velocidad en la marcha de los relojes son apariencias resultantes de las nuevas definiciones del espacio y del tiempo a las cuales va unida la transformación de Lorentz; y a la inversa, si se postula la contracción de las longitudes y la disminución de la velocidad en la marcha de los relojes, se pueden justificar las fórmulas de la transformación de Lorentz.

Los razonamientos por los cuales Einstein ha justificado su nueva concepción del espacio y del tiempo son con frecuencia sutiles y es difícil desarrollarlos correctamente. Pero son perfectamente sólidos, y desde el punto de vista lógico no se ha podido formularles ninguna crítica seria. En particular, se puede justificar perfectamente el hecho paradójico de que la contracción de las reglas y la disminución de velocidad en la marcha de los relojes son apariencias recíprocas, es decir, que si dos observadores en movimiento relativo uniforme están provistos de una regla cada uno y de un reloj, las dos reglas y los dos relojes siendo de constitución idéntica, cada uno de los observadores encuentra que la regla del otro es más corta que la suya y que el reloj del otro se atrasa en relación al suyo. Por sorprendente que pueda parecer a primera vista esta reciprocidad, se explica fácilmente cuando se examina con cuidado la teoría, cosa que naturalmente nosotros no podemos hacer aquí.

La modificación de las ideas de espacio y tiempo que entraña el principio einsteniano de relatividad conduce a una modificación de los principios de la cinemática.

En particular, resulta de ella una ley de composición de las velocidades un poco más complicada que la ley clásica. Fué uno de los éxitos de la teoría de la relatividad el poder interpretar inmediatamente, gracias o esta nueva ley de composición de las velocidades, el resultado de las experiencias de Fizeau sobre la propagación de la luz en los cuerpos dispersivos en movimiento. El resultado de estas experiencias podría enunciarse en el lenguaje de la teoría del éter diciendo que había un arrastre parcial del éter por el movimiento del cuerpo refringente. Fizeau había encontrado una fórmula que daba este arrastre parcial en función del índice del cuerpo refringente en movimiento. Lorentz con su teoría del electrón llegó a justificar esta fórmula, pero la teoría de la relatividad ha dado una interpretación mucho más sencilla y elegante demostrando que aquélla resulta inmediatamente de la nueva fórmula de la composición de las velocidades.

2. — El espacio-tiempo

La transformación de Galileo estaba fundada sobre la hipótesis de una independencia completa del tiempo y del espacio en la que resultaba el carácter absoluto atribuído a esas dos nociones. Por el contrario, la misma forma de las ecuaciones de la transformación de Lorentz, muestra que en la teoría de la relatividad no está permitido ya considerar independientemente las coordenadas de espacio y la coordenada de tiempo. Para representar geométricamente las relaciones entre las coordenadas de espacio y de tiempo de los diversos observadores es, pues, necesario considerar un continuum de cuatro dimensiones que realiza de una manera abstracta la unión íntima del espacio y del tiempo implícitamente contenida en la transformación de Lorentz. Ésta es la representación geométrica que ha sido desarrollada por

Minkowsky y que se conoce bajo el nombre de universo o de espacio tiempo.

La transformación de Lorentz deja invariante la distancia de dos puntos del espacio-tiempo, y la teoría de la relatividad lleva a escribir todas las leyes de la física bajo la forma de relaciones entre tensores del espacio-tiempo. Cada observador corta de cierto modo su espacio y su tiempo en el continuum espacio-tiempo de cuatro dimensiones, y las fórmulas de la transformación de Lorentz resultan inmediatamente de la manera distinta con la cual dos observadores en movimiento uniforme hacen esta separación del espacio y del tiempo.

Así la teoría de la relatividad lleva a reunir, a fundir en cierto modo en un solo continuum, las tres coordenadas de espacio y la coordenada de tiempo cuyo aspecto físico es tan diferente. No hay que inferir, entendámoslo bien, que la teoría de la relatividad ha llegado a identificar el tiempo y el espacio. No sólo el espacio y el tiempo permanecen, por su misma naturaleza física, esencialmente heterogéneos, sino que esta heterogeneidad se traduce muy netamente en la teoría matemática del universo de Minkowsky por el hecho de que el tiempo no desempeña el mismo papel que las coordenadas del espacio. Si se quiere que el universo sea un espacio euclidiano en el sentido de los geómetras, es preciso para constituir este continuum unir a las tres coordenadas de espacio no la coordenada del tiempo sino esta cordenada multiplicada por $\sqrt{-1}$. Éste es el signo de la heterogeneidad fundamental del tiempo y del espacio.

Además, el tiempo posee la propiedad fundamental de transcurrir siempre en el mismo sentido. Resulta una especie de polaridad del espacio-tiempo, ya que el sentido positivo del eje sobre el cual se mide el tiempo aparece como privilegiado. Un punto material está representado en cada instante por un punto en el espacio-tiempo, y la sucesión de sus posiciones en el curso del tiempo define una línea del espacio-tiempo, la línea de universo del punto material. Sobre cada línea de uni-

verso hay un sentido privilegiado, el sentido que va del pasado hacia el porvenir, y ese sentido único de descripción de las líneas de universo termina por mostrar hasta qué punto el tiempo difiere del espacio.

Pero no es menos cierto que el tiempo y el espacio, por diferentes que sean, no son ya independientes en la teoría relativista, y el espacio-tiempo de cuatro dimensiones simboliza su interdependencia y constituye el nuevo marco en el cual deben expresarse las leyes naturales.

No queremos insistir más sobre el espacio-tiempo cuyo estudio más profundo no podría hacerse sin ayuda del simbolismo matemático, y ahora queremos mostrar por qué y cómo la teoría de Einstein ha llegado a modificar las leyes de la mecánica.

3. — La dinámica relativista

Las ecuaciones clásicas de la mecánica de Newton son invariantes para la transformación de Galileo. En tanto que se consideró esta transformación como la que daba la relación existente entre las coordenadas de dos observadores en movimiento relativo uniforme, resultó que las ecuaciones de Newton eran válidas en todos los sistemas de referencia en movimiento rectilíneo y uniforme con respecto al conjunto de las estrellas fijas. Para todo observador ligado a uno de estos sistemas, los fenómenos mecánicos seguían exactamente la misma leyes y ninguna observación mecánica interior al sistema podía permitir determinar su movimiento absoluto. Éste era el principio de relatividad de la antigua mecánica. Pero el día en que Einstein sustituyó la transformación de Galileo por la transformación de Lorentz para representar los cambios de coordenadas entre sistemas en movimiento relativo uniforme, la situación se modificó. Gracias a esta sustitución, el principio de relatividad se hizo válido para los fenómenos ópticos

y electromagnéticos, de acuerdo con el resultado negativo de la experiencia de Michelson y de las experiencias análogas. Pero no siendo las ecuaciones de la mecánica newtoniana invariantes para la transformación de Lorentz, el principio de relatividad no resultaba más aplicable a los fenómenos mecánicos al menos en todo su rigor. Einstein considera justamente esta conclusión como inadmisible y admite que el principio de relatividad debe ser válido para el conjunto de todos los fenómenos físicos. Pero entonces había que modificar las ecuaciones de la mecánica de modo tal que se convirtieran en invariantes para la transformación de Lorentz, y esta modificación debía, entiéndase bien, efectuarse de tal modo que las ecuaciones de Newton continuaran siendo válidas a título de primera aproximación en todos los casos usuales en que su aplicación ha conducido a tan brillantes resultados. Ha sido fácil encontrar la forma nueva que debía darse a las ecuaciones fundamentales de la mecánica para hacerlas invariantes con respecto a la transformación de Lorentz. Las ecuaciones de Newton expresaban que la derivada con respecto al tiempo de la cantidad de movimiento era igual a la fuerza. La dinámica de Einstein conserva este enunciado, pero dando a la cantidad de movimiento una definición diferente a la que adoptaba la dinámica clásica. En lugar de considerar la cantidad del movimiento de un punto material igual al producto de su masa por la velocidad, la nueva dinámica la considera igual al producto de la masa por la velocidad dividida por un factor función de la velocidad. En tanto que la velocidad es lo suficientemente pequeña para que el cociente de su cuadrado y del cuadrado de la velocidad de la luz en el vacío sea despreciable respecto a la unidad, este factor puede ser tomado igual a uno sin error sensible, y se reencuentran las fórmulas de la antigua mecánica. Pero para las velocidades grandes, comparables a las de la luz en el vacío, el factor en cuestión no es ya igual a uno

y varía con la velocidad. De aquí resultan diferencias con respecto a las leyes clásicas, diferencias que se hacen de más en más sensibles a medida que la velocidad se aproxima a la velocidad de la luz. Es por otra parte fácil deducir de las nuevas ecuaciones de la dinámica que un punto material no puede nunca alcanzar la velocidad de la luz en el vacío. La velocidad de la luz en el vacío aparece así como el límite superior de las velocidades de transporte de la energía en el espacio. De este modo se justifica *a posteriori* una de las hipótesis admitidas por Einstein en su crítica de los métodos de sincronización de los relojes.

No podemos entrar aquí en el detalle de las ecuaciones de la mecánica relativista. Nos será suficiente decir que esta mecánica puede desarrollarse exactamente siguiendo el mismo esquema que había tenido tan buen éxito en la mecánica clásica. Se puede, por ejemplo, deducir toda la nueva dinámica partiendo de un principio de acción estacionaria del que se deducen las ecuaciones de Lagrange y las ecuaciones de Hamilton: se encuentra un principio de mínima acción de Maupertuis en el caso de los campos constantes y una teoría de Jacobi. Pero existe entre la antigua y la nueva mecánica una diferencia esencial: la función que figura en la integral de acción no es la misma. Sin embargo, la función de acción relativista se confunde con la función de acción clásica cada vez que la velocidad del móvil es lo bastante pequeño para que el cuadrado del cociente de esta velocidad y de la velocidad de la luz en el vacío sea insignificante. Esto tiene inmediatamente, por consecuencia, que la mecánica clásica sea una aproximación perfectamente válida en la mayoría de los casos usuales.

La modificación introducida en las ecuaciones de la mecánica por las concepciones relativistas puede, según hemos visto, expresarse por el hecho de que la cantidad de movimiento de un punto material es el producto de una constante característica del punto material por la

velocidad dividida por una cierta función de la velocidad. Se puede, si se quiere, decir que la cantidad de movimiento del punto material es siempre, como en mecánica clásica, el producto de la masa por la velocidad, pero a condición de considerar la masa como variable con la velocidad. Como la función que figura en el denominador en la expresión de la cantidad de movimiento tiende hacia uno cuando la velocidad tiende hacia cero, la constante del numerador es la masa del punto material en reposo, la que se llama con frecuencia la *masa propia,* pues es la masa del punto que consideraría un observador ligado a él. Como hemos dicho ya, la variación de la masa con la velocidad no se torna sensible más que para velocidades próximas a la velocidad de la luz.

La modificación aportada por la relatividad a la expresión de la cantidad de movimiento va ocompañada de una modificación correspondiente en la expresión de la energía. Esto no es sorprendente, pues se puede mostrar con facilidad que los tres componentes de la cantidad de movimiento y la energía constituyen los cuatro componentes de un vector cuadridimensional del espacio-tiempo llamado el impulso del universo. La cantidad de movimiento y la energía constituyen así por su reunión un solo ente matemático, y nada tiene de sorprendente que una modificación de una, repercuta sobre el otro. La nueva expresión obtenida para la energía tiene de interesante que no es nula cuando la velocidad es nula, sino que toma entonces un valor constante igual al producto de la masa propia por el cuadrado de la velocidad de la luz en el vacío: todo punto material, todo cuerpo dotado de inercia, posee, pues, una energía propia independiente de su velocidad. Si la velocidad no es nula, la energía del cuerpo es superior a su energía propia, y la diferencia entre la energía total del cuerpo en movimiento y su energía propia, es energía debida al movimiento que puede llamarse la energía cinética. Si se exami-

na la expresión relativista de la energía cinética, se advierte que para velocidades pequeñas con respecto a la de la luz, ella tiene sensiblemente el valor previsto por la dinámica clásica (semiproducto de la masa por el cuadrado de la velocidad). Aquí vuelve a encontrarse, pues, el carácter de primera aproximación válida para las velocidades pequeñas respecto de la luz, que justifica a los ojos de los relativistas el empleo usual de las fórmulas newtonianas.

Un cuerpo material en reposo en relación a un observador posee para este observador una energía igual al producto de su masa propia por el cuadrado de la velocidad de la luz. Pero hemos visto que si el cuerpo está en movimiento, su masa tiene un valor dependiente de la velocidad que se confunde con la masa propia para las velocidades pequeñas y tiende, por otra parte, hacia el infinito cuando la velocidad tiende hacia la velocidad de la luz. Se puede demostrar que la energía del cuerpo evaluada por un observador cualquiera es siempre igual al producto del cuadrado de la velocidad de la luz por la masa del cuerpo en movimiento. La energía del móvil tiende, pues, hacia el inifinito cuando su velocidad tiende hacia la de la luz, lo que es un nuevo aspecto de la imposibilidad de comunicar a un cuerpo una velocidad igual o superior a la de la luz en el vacío. Einstein ha generalizado este resultado demostrando que todo cuerpo, toda entidad física, que posea una cierta masa (evaluada por un cierto observador), posee por este hecho mismo una cierta energía que, evaluada por el mismo observador, es igual al producto de esta masa por el cuadrado de la velocidad de la luz. Ha ilustrado esta afirmación con numerosos ejemplos. Así resulta establecida por este *principio de la inercia de la energía* una correlación íntima y general entre la masa y la energía. Resulta también que todo cuerpo pierde masa si pierde energía e inversamente adquiere masa si absorbe energía. Así, por ejemplo, un átomo que emite radiación disminuye su masa. El principio de la inercia de

la energía ha desempeñado a partir de su enunciado un gran papel en las cuestiones de física teórica lo mismo que en astrofísica y física atómica y nuclear. En particular ha contribuído poderosamente a que se puedan escribir y hacer los balances de energía en los fenómenos de desintegración y a establecer las fórmulas de reacción entre núcleos que esquematizan estos fenómenos. Pero se trata de cuestiones que debemos dejar a un lado por el momento.

4. — La relatividad generalizada

Sólo diremos aquí algunas palabras sobre la teoría de la relatividad generalizada. Al comienzo del desarrollo de su teoría, Einstein se preocupó nada más que de los sistemas de coordenadas que están en movimiento. Obtenía así una forma del principio de relatividad aplicable, como el de la mecánica clásica, al movimiento rectilíneo y uniforme. De ahí el nombre de relatividad restringida dado al conjunto de los resultados que enunció al principio y de los cuales hemos recordado los más esenciales. Pero era evidentemente necesario tratar de generalizar estos resultados y establecer una teoría aplicable a los movimientos que no son rectilíneos y uniformes. Para estos movimientos no hay ya en general principio de relatividad en el sentido restringido de la palabra, pues para un observador ligado a un sistema acelerado, a un sistema en rotación por ejemplo, hay una influencia del movimiento sobre el curso de los fenómenos mecánicos, ópticos o electromagnéticos. En particular, los fenómenos mecánicos no pueden en el sistema acelerado calcularse sino haciendo intervenir las fuerzas ficticias llamadas *fuerzas centrífugas* y *fuerzas de Coriolis,* y los efectos producidos por estas fuerzas revelan al observador acelerado que no está en reposo absoluto. Sin embargo, se puede conservar la idea de

relatividad bajo su forma más general, admitiendo que las leyes de la naturaleza están siempre expresadas por relaciones tensoriales en el espacio-tiempo, y tratando de explicar los efectos de la aceleración sobre los fenómenos físicos del mismo modo como se definen las coordenadas del observador acelerado. Al hacer este análisis se advierte que el observador acelerado emplea coordenadas curvilíneas en el espacio-tiempo, y esto basta para explicar las apariencias que observa y particularmente la intervención de las fuerzas centrífugas y centrífugas compuestas.

Profundizando en este problema, Einstein tuvo la genial idea que le condujo a su célebre teoría de la gravitación. La fuerza de gravitación que desempeña un papel tan importante en nuestra interpretación de los hechos astronómicos, ha ocupado siempre un lugar un poco apartado en el conjunto de las fuerzas que nosotros conocemos en la naturaleza. Ella tiene el carácter esencial de ser siempre proporcional a la masa del cuerpo atraído, y experiencias muy precisas de Eötvös han probado que esta proporcionalidad es completamente exacta. Resulta, según la forma misma de las ecuaciones de la dinámica, que el movimiento de un cuerpo en un campo de gravitación pura es independiente de su masa. Las trayectorias están, pues, determinadas sin que sea necesario conocer la naturaleza de los cuerpos destinados a recorrerlas. Estas trayectorias resultan en cierto modo de las propiedades intrínsecas del campo de gravitación. Einstein ha visto en este hecho la prueba de que la existencia de un campo de gravitación en una región del espacio traduce la existencia de una curvatura local del espacio-tiempo. El espacio-tiempo de la relatividad restringida es, en efecto, un continuum de cuatro dimensiones que entra en la categoría de los continuums euclidianos de los que el plano es un ejemplo en dos dimensiones. Pero nada impide suponer que el espacio-tiempo no es en todas partes euclidiano, y que posee curvaturas locales. No existen entonces sis-

temas de coordenadas cartesianas rectangulares en este espacio, y no se puede referir en él la posición de los puntos sino con la ayuda de coordenadas análogas a las que se emplean en geometría para el estudio de las superficies curvas. Los observadores situados en las regiones curvas del espacio-tiempo emplean, pues, necesariamente coordenadas curvilíneas para referir los acontecimientos y de ahí resulta la aparición de las fuerzas de gravitación. Mientras que las fuerzas centrífugas que se manifiestan en un sistema que gira, se deben a que el observador ligado a este sistema emplea para señalar los acontecimientos en el espacio-tiempo euclidiano un sistema de coordenadas curvilíneas, las fuerzas de gravitación son debidas a que, donde reina un campo gravitatorio, el espacio-tiempo es curvo, y un observador está obligado en él a emplear coordenadas curvilíneas. Me limitaré aquí a esta indicación rápida sobre la teoría de la gravitación de Einstein que no puede ser desarrollada sino con ayuda de un aparato matemático bastante complicado. Digamos solamente que es una teoría muy coherente y que satisface por completo al espíritu.

La relatividad restringida ha tenido magníficas confirmaciones experimentales, pues la variación de la masa con la velocidad prevista por la dinámica de Einstein, y que debe ser notable para electrones animados de velocidades comparables a la de la luz, ha sido efectivamente verificada por una serie de investigaciones experimentales de las cuales las más recientes y más decisivas son las de Guye y Lavanchy. Del mismo modo, el principio de la inercia de la energía ha prestado servicios demasiado importantes, especialmente en física nuclear, para que pueda dudarse de su validez. Pero si la relatividad restringida parece estar suficientemente confirmada por la experiencia, creemos nosotros que conviene ser un poco menos afirmativos en lo que se refiere a la relatividad generalizada. Los nuevos fenómenos previstos por ésta son en efecto fenómenos muy

pequeños, y aun cuando se los observe, se puede siempre preguntar si tienen realmente por origen la causa que les atribuye la teoría de Einstein o bien alguna otra causa perturbadora muy pequeña y despreciable en los razonamientos. Ni el muy débil desplazamiento secular del perihelio de Mercurio, ni la muy débil desviación de los rayos luminosos que pasan cerca del disco solar parecen aportar una prueba irrefutable de la justeza de las concepciones relativistas sobre la gravitación: estos fenómenos existen y tienen el orden de magnitud previsto por la teoría de Einstein, pero su interpretación no se impone de un modo absoluto. El desplazamiento hacia el rojo de las rayas espectrales emitidas por el compañero de Sirio, parece ser una verificación más probatoria, pero una sola verificación de este género no puede ser considerada como suficiente. Cualquiera que sea la actitud que se adopte frente a estas verificaciones experimentales de la relatividad generalizada, no puede menos de reconocerse que el conjunto de la teoría de Einstein forma un monumento imponente. Esta teoría nos ha traído una multitud de ideas nuevas y fecundas. Nos ha acostumbrado a rechazar las ideas hechas, y a escrutar con cuidado las bases mismas de nuestras concepciones teóricas. Por su misma dificultad, el estudio de la teoría de la relatividad ha sido para el espíritu de los teóricos de la física un maravilloso ejercicio de flexibilidad.

CAPITULO V

LA APARICIÓN DE LOS CUANTOS EN LA FÍSICA

1. — Física clásica y Física cuántica

Ha llegado el momento de hablar de la aparición de los cuantos en física, pero antes de hacer la historia de esta aparición es conveniente señalar en algunas palabras las diferencias profundas que oponen las teorías clásicas, precuánticas, de las cuales hemos hablado en los precedentes capítulos, a las teorías cuánticas de las que ahora nos ocuparemos. El postulado común a todas las teorías de la física clásica es que es posible representarse el estado del universo físico por elementos distribuídos en el marco del espacio de tres dimensiones y que evolucionan de una manera continua en el curso del tiempo. El movimiento de los elementos físicos está definido por el modo como varía su posición en el curso del tiempo. Seguramente hay una diferencia esencial entre la concepción relativista y las concepciones anteriores. En la física prerrelativista, el espacio forma un marco fijo en el cual se sitúan los fenómenos físicos observados por todos los observadores imaginables; un mismo tiempo universal y absoluto imprime su ritmo a todos esos observadores. Por el contrario, para el rela-

tivista ni el espacio ni el tiempo tienen un carácter absoluto: posee sólo este carácter el continuo de cuatro dimensiones constituído por la reunión del espacio y del tiempo, es decir, el espacio-tiempo. En el continuo espacio-tiempo, los diversos observadores recortan de modos diferentes su espacio y su tiempo. Pese a esta modificación esencial de los conceptos de espacio y de tiempo, el relativista está de acuerdo con sus predecesores al afirmar que cada observador puede representar el conjunto de los fenómenos físicos en un marco de espacio y de tiempo bien definido y completamente independiente de la naturaleza de los entes que entran en él. Así, un observador determinado podrá siempre representar la existencia de un corpúsculo por una sucesión bien definida de posiciones en el espacio, ocupadas sucesivamente en el curso del tiempo, sin tener que preocuparse de la naturaleza física de este corpúsculo, del valor de su masa, por ejemplo. Además, para el relativismo lo mismo que para el físico de la época anterior, toda la evolución de los fenómenos está regida por un conjunto inexorable de ecuaciones diferenciales que determinan todo el porvenir; dándose el espacio-tiempo, el relativista supone dado todo el conjunto de los acontecimientos que corresponden a todo el curso del tiempo, y para él, es consecuencia de una debilidad de la condición humana el que un observador no pueda descubrir los acontecimientos contenidos en el espacio-tiempo más que por trozos sucesivos y a medida que se desenvuelve su tiempo propio. Al afirmar la posibilidad de cada observador de localizar exactamente los acontecimientos en el espacio y en el tiempo, al espacializar la duración y al negar todo devenir real, lo que implica la concepción misma del espacio-tiempo, la teoría de la relatividad conserva, llevándolas hasta sus consecuencias extremas, las ideas directrices de la vieja física. También se puede decir, a pesar del carácter tan nuevo y casi tan revolucionario de las concepciones

einstenianas, que la teoría de la relatividad es, en cierto modo, la coronación de la física clásica.

Muy diferente es la orientación de las teorías cuánticas actuales. Hemos indicado ya en la introducción de esta obra algunos de los rasgos esenciales de las teorías cuánticas. La existencia del cuanto de acción, como hemos dicho, implica una especie de interdependencia entre la localización de un objeto en el espacio y en el tiempo y su estado dinámico, cosa completamente insospechada por la física clásica y que es mucho más sorprendente por sus consecuencias que la vinculación establecida por la teoría de la relatividad entre las variables de espacio y la variable de tiempo. Esta interdependencia tiene por resultado la imposibilidad de determinar simultáneamente la posición y el movimiento, imposibilidad que es expresada con precisión por las relaciones de incertidumbre de Heisenberg; ella implica la imposibilidad de hacer experiencias y medidas que permitan precisar simultáneamente la localización espacio-temporal y el estado dinámico. Escrutando esta delicada cuestión, se advierte que el conjunto de espacio y tiempo empleado por la física antigua (o también el marco del espacio-tiempo de la física relativista) no son desde el punto de vista cuántico más que una aproximación válida para los cuerpos pesados. Y por cuerpos pesados entendemos aquí los constituídos por un número enorme de partículas elementales y, por tanto, dotados de una masa total muy grande en relación a la de las partículas; en esta categoría de los cuerpos pesados entran inmediatamente todos los cuerpos que percibimos directamente en nuestra experiencia usual, lo que explica por qué la física clásica orientada hacia el estudio de los fenómenos de nuestra escala pudo contentarse con este marco del espacio y del tiempo. Los ejes de referencia trazados sobre un cuerpo material y un reloj constituído de la manera usual, permiten definir las coordenadas de espacio y de tiempo susceptibles de ser utilizadas para la descripción perfecta, práctica-

mente, de los fenómenos macroscópicos según las concepciones adoptadas por la física clásica. Pero si se quiere describir con la ayuda de las coordenadas de espacio y de tiempo así definidas la evolución del mundo microscópico, la historia de los corpúsculos elementales, se tropieza con las incertidumbres de Heisenberg y la existencia de esas incertidumbres nos advierte que el espacio y el tiempo de la física clásica, bien definidos y perfectamente utilizables en la escala macroscópica, cesan de ser perfectamente adecuados para la descripción de la realidad física en la escala de los átomos y de los electrones. Pero nosotros, físicos macroscópicos, buscamos necesariamente el describir el mundo de los corpúsculos elementales en el marco del espacio y del tiempo que nos sugiere toda nuestra experiencia habitual: de ahí las dificultades que encontramos en la teoría cuántica, de ahí el carácter tan misterioso que presenta para nosotros la misma noción del cuanto de acción. Tal vez será posible tratar de construir para el mundo corpuscular un marco de espacio y de tiempo más general y menos preciso que el marco clásico; estas nociones nuevas que, para ser satisfactorias, deberían contener en sí el cuanto de acción y por tanto separar de una manera menos completa que las antiguas el aspecto geométrico y el aspecto dinámico, deberían permitir reencontrar para los conjuntos de un número enorme de corpúsculos, dicho de otro modo, para los cuerpos materiales, las antiguas concepciones usuales del espacio y del tiempo. Se han hecho ya interesantes trabajos de aproximación orientados en ese sentido por Jean-Louis Destouches y éste es un camino que es necesario no perder de vista.

El modo como la física clásica concebía el determinismo absoluto de los fenómenos físicos descansaba esencialmente sobre su manera de concebir el espacio y el tiempo; y la teoría de la relatividad, cambiando bastante profundamente las ideas relativas al espacio y al tiempo, las había respetado sin embargo lo suficiente como para no derrotar al determinismo clásico.

No sucede lo mismo con la teoría de los cuantos. Esta, al no permitir ya representar de un modo continuo en el marco del espacio y del tiempo la evolución de los fenómenos individuales, nos obliga, si no a abandonar completamente el determinismo, por lo menos a modificar profundamente la concepción que teníamos de él. La imposibilidad de conocer a la vez la configuración y el estado dinámico de los elementos del mundo microscópico, imposibilidad que se desprende de la existencia del cuanto de acción, hace que las diversas observaciones sucesivas del mundo microscópico que podemos efectuar no nos hagan conocer nunca todos los elementos de que tendríamos necesidad para establecer una vinculación rigurosa entre los resultados de estas observaciones conforme al esquema del determinismo clásico. De hecho, la teoría cuántica actual no nos proporciona más que leyes de probabilidad que permiten decir cuál es, dado el resultado de una primera observación, la probabilidad de que una observación ulterior nos suministre tal o cual resultado. Esta sustitución de las leyes rigurosas por las leyes de probabilidades en el dominio microscópico está ciertamente enlazada a la no validez de los conceptos de espacio y de tiempo en este dominio. Para los objetos del dominio macroscópico las nociones de espacio y de tiempo recuperan, en cierto modo, asintóticamente su validez, y lo mismo sucede con el determinismo ya que las probabilidades de previsión permitidas por las leyes cuánticas tienden entonces hacia la certidumbre.

Lo que acabamos de recordar basta para mostrar cuál es la etapa esencial que franqueó la física teórica el día en que reconoció la necesidad de tener en cuenta el cuanto de acción. Y ahora necesitamos exponer cómo este acontecimiento se produjo hace cuarenta años.

2. — La teoría de la radiación negra y el cuanto de Planck

El origen de la teoría de los suantos se encuentra en las investigaciones hechas hacia 1900 por Max Planck sobre la teoría de la radiación negra. Esta teoría desarrollada con ayuda de los métodos usados entonces en física suscitó grandes dificultades. Esto es lo que debemos explicar primero.

Si se considera un recinto mantenido a temperatura uniforme, los cuerpos materiales contenidos en este recinto emiten y absorben radiación, y acaba por establecerse un estado de equilibrio en el cual los cambios de energía entre la materia y la radiación se compensan. Apoyándose únicamente sobre los principios fundamentales de la termodinámica, Kirchhoff ha demostrado que este estado de equilibrio es único y corresponde a una composición espectral perfectamente determinada de la radiación encerrada en el recinto. Además, la composición de esta radiación depende únicamente de la temperatura del recinto, pero en modo alguno de las dimensiones o de la forma de este recinto, ni de las propiedades particulares de los cuerpos materiales que contiene o que constituyen sus paredes. Esta radiación de equilibrio característica de la temperatura considerada es llamada a menudo con el nombre bastante incorrecto de *radiación negra* correspondiente a esta temperatura.

Era, pues, para la física teórica una tarea esencial prever la composición espectral de la radiación negra correspondiente a una temperatura dada. El problema fué abordado primero con ayuda de métodos que se apoyaban principalmente sobre los principios de la termodinámica y poseían por este hecho una seguridad muy grande. Se pudo primero demostrar que la densidad total de la radiación negra (es decir, la cantidad de energía radiante contenida en la unidad de volumen en el interior del recinto en equilibrio térmico) es

proporcional a la cuarta potencia de la temperatura medida en la escala absoluta. Esta es la ley de Stefan-Boltzmann. Después, por un razonamiento más desarrollado, Wien demostró que la densidad espectral de la radiación negra, para una cierta frecuencia, debe ser proporcional al producto del cubo de la frecuencia por una función del cociente de la frecuencia por la temperatura. Desgraciadamente esta última función no está determinada por el razonamiento termodinámico de Wien. Las leyes de Stefan y de Wien dan, sobre la composición de la radiación negra y sobre sus modificaciones en función de la temperatura, datos muy importantes que la experiencia ha verificado perfectamente, pero no fijan de un modo completo la forma de la ley de repartición espectral. Inmediatamente resultó que no se podía avanzar no teniendo en cuenta más que consideraciones termodinámicas y que, para determinar completamente la forma de la ley de composición espectral, había que introducir hipótesis sobre la manera como la materia emite y absorbe la radiación, y que había por tanto que aventurarse en el terreno de las hipótesis atómicas abandonando el terreno más sólido de la termodinámica.

La cuestión, sin embargo, no parecía difícil, pues la teoría electromagnética, en particular bajo la forma electrónica de Lorentz, ofrecía una imagen, que parecía satisfactoria, de los mecanismos de emisión y de absorción de la radiación por la materia. No había más que servirse de las fórmulas que ella suministraba, para poder obtener la forma de la función dejada indeterminada por el razonamiento de Wien, y precisar así completamente la repartición espectral de la radiación negra. El resultado de este trabajo fué completamente decepcionante. La ley de repartición espectral obtenida (Ley de Rayleigh), no estaba de acuerdo con la experiencia. Preveía un aumento monótono de la densidad espectral con la frecuencia, en tanto que la experiencia indica netamente que la densidad espectral, después de

haber alcanzado un máximo para una cierta frecuencia, disminuye en seguida indefinidamente cuando la frecuencia aumenta, hecho que se puede traducir diciendo que la curva que representa las variaciones de la densidad espectral es una *curva en campana*. Porque prevé un aumento indefinido de la densidad espectral con la frecuencia, la ley de Rayleigh llega a una conclusión absurda: ¡la densidad total de la radiación negra a toda temperatura debería ser infinita!

La situación creada por esta divergencia entre las previsiones teóricas y los hechos era particularmente grave, pues cuanto más analizaron los físicos las demostraciones de la ley de Rayleigh, mas se persuadieron de que ella es una consecuencia ineluctable del conjunto de las teorías clásicas. Se ha podido demostrar (Jeans) que la ley de Rayleigh puede reencontrarse contando el número de ondas estacionarias susceptibles de existir en un recinto y aplicándole los resultados generales de la mecánica estadística clásica. Toda esperanza de llegar a una ley de la radiación negra diferente de la de Rayleigh y conforme a la experiencia, desaparecía así a menos que se introdujesen en la filosofía natural puntos de vista completamente nuevos. Corresponde a Max Planck el honor de haber realizado esta revolución.

Planck comenzó por reanudar el estudio de la cuestión imaginando que la materia está formada de osciladores electrónicos, es decir, de electrones susceptibles de oscilar alrededor de una posición de equilibrio bajo la acción de una fuerza proporcional a la elongación. Estudió el equilibrio que se establece en un recinto isotermo como consecuencia de los intercambios de energía entre estos osciladores y la radiación ambiente. Como la composición de la radiación de equilibrio debe ser independiente de la naturaleza de los cuerpos materiales presentes en el recinto, el resultado obtenido por este camino debía tener un valor general. Analizando, según los métodos clásicos, los cambios de energía entre la radiación y los osciladores, Planck encontró naturalmente la ley de Rayleigh. Pero examinando este resultado, Planck pudo advertir que la inexactitud de la ley de Rayleigh procede del papel demasiado importante que desempeñan, en la imagen clásica de los intercambios de energía entre osciladores y radiación, los osciladores de alta frecuencia. Es, en efecto, la importancia de los intercambios de energía entre la radiación de equilibrio y los osciladores materiales de alta frecuencia, la que conduce a un crecimiento monótono de la densidad espectral con la frecuencia, y a las consecuencias experimentalmente inexactas o lógicamente absurdas que hemos señalado antes. Planck tuvo entonces la idea genial de que había que introducir en la teoría un elemento nuevo, enteramente extraño a las concepciones clásicas, que vendría a restringir el papel de los osciladores de alta frecuencia y sentó el famoso postulado siguiente: *la materia no puede emitir energía radiante más que por cantidades finitas proporcionales a la frecuencia*. El factor de proporcionalidad es una constante universal, que tiene las dimensiones de una acción mecánica. Es la célebre constante h de Planck.

Poniendo en juego esta hipótesis de aspecto paradójico, Planck ha continuado la teoría del equilibrio térmico y encontrado una nueva ley de repartición espectral de la radiación negra a la cual va unido su nombre. Como no hay en las premisas de Planck nada contrario a los principios de la termodinámica, la fórmula obtenida por él está de acuerdo con las leyes de Stefan y de Wien. Por el contrario, no coincide con la fórmula de Rayleigh nada más que para las débiles frecuencias y las altas temperaturas, pero se aparta completamente de ella para las altas frecuencias y las bajas temperaturas. Esto se comprende fácilmente. Para las débiles frecuencias y las altas temperaturas, los intercambios energéticos entre materia y radiación ponen en juego un gran número de pequeños granos de energía: todo sucede entonces sensiblemente como si estos intercambios se hiciesen de una manera continua, y los razona-

mientos clásicos deben conducir a resultados sensiblemente exactos. Por el contrario, para las altas frecuencias y las bajas temperaturas, los intercambios de energía ponen en juego un número reducido de grandes granos de energía y ya no son aplicables los razonamientos clásicos. La ley de repartición espectral de Planck se aparta, pues, completamente de la de Rayleigh para las altas frecuencias y las bajas temperaturas. En particular, mientras para una temperatura dada del recinto en equilibrio térmico, la ley de Rayleigh prevé un aumento monótono e inadmisible de la densidad espectral con la frecuencia, la ley de Planck prevé una densidad que, después de haber aumentado con la frecuencia, pasa por un máximo y disminuye en seguida indefinidamente para las muy altas frecuencias. La curva que representa las variaciones de la densidad en función de la frecuencia, según la ley de Planck, es una curva *en campana*. Resulta fácilmente que la densidad total de la radiación negra tiene un valor finito, y se encuentra así eliminada una de las graves dificultades de la teoría clásica.

La comparación numérica de la nueva ley de repartición espectral de la radiación negra, con los resultados experimentales cuyo número y precisión aumentaban entonces sin cesar, atrajo la atención de los físicos sobre este asunto, y permitió a Planck demostrar que los hechos están enteramente de acuerdo con la fórmula suministrada por su teoría, a condición de atribuir a la nueva constante h un valor numérico perfectamente determinado. Este valor numérico calculado por Planck es extraordinariamente pequeño cuando se expresa con las unidades acostumbradas en física. Es notable que el valor numérico de la constante h haya sido así obtenido desde el primer momento con una gran exactitud y sólo con ayuda de los datos relativos a la radiación negra. Luego se ha vuelto a hallar la intervención de la constante h en un número considerable de fenómenos físicos de caracteres muy diferentes, y de este modo se

ha encontrado gran número de métodos independientes para medir esta constante. Estas diversas medidas de una precisión creciente han dado siempre números muy aproximados a aquel que fué hallado desde el principio por Planck por medio de un solo fenómeno.

Es verosímil que en la época en que Planck escribió sus memorias fundamentales sobre la teoría de la radiación negra, los físicos contemporáneos no comprendieran inmediatamente la importancia de la revolución que acababa de realizarse. La hipótesis de Planck debió sin duda aparecerles como un medio ingenioso de mejorar la teoría de un fenómeno interesante, pero, en suma, particular, y no como una idea genial destinada a conmover todas las concepciones clásicas de la física. Pero, poco a poco se puso en evidencia la importancia fundamental de la idea de Planck. Los teóricos advirtieron que la discontinuidad traducida por la hipótesis de los cuantos es incompatible con las ideas generales que servían hasta entonces de bases a la física y exigía una revisión completa de estas ideas. No se admirará nunca bastante la intuición genial que permitió a Planck, estudiando un hecho físico particular, advertir de una sola ojeada una de las leyes más fundamentales y más misteriosas de la naturaleza. Han transcurrido poco más de cuarenta años después de este maravilloso descubrimiento y estamos todavía muy lejos de haber acabado de comprender todo su alcance y haber agotado todas sus consecuencias. En la historia de los progresos del espíritu humano, debe quedar como una fecha memorable la conquista de la constante de Planck.

3. — Desarrollo de la hipótesis de Planck. El cuanto de acción

Planck razonó en su teoría de la radiación de equilibrio térmico suponiendo que la materia contiene osciladores electrónicos por intermedio de los cuales se ha-

cen los intercambios de energía entre la materia y la radiación ambiente. Ahora bien, un oscilador, es decir un punto material atraído hacia una posición de equilibrio por una fuerza proporcional a la elongación, constituye un sistema mecánico que goza de una propiedad muy particular: la de que sus oscilaciones tienen una frecuencia independiente de su amplitud. En otros términos, el oscilador tiene una frecuencia única que siempre es la misma, cualquiera sea la intensidad de su movimiento de vibración. Para cada oscilador se puede por tanto definir con Planck un *cuanto de energía* igual al producto de la frecuencia de este oscilador por la constante h; y tiene un sentido perfectamente determinado decir que cuando se producen intercambios de energía entre los osciladores y la radiación, los osciladores no pueden más que ganar o perder una cantidad finita de energía igual a su cuanto. Pero esta hipótesis de los cuantos de energía tiene el inconveniente de no poder ser válida más que para osciladores armónicos. Si se considera un sistema mecánico cualquiera susceptible de vibrar periódicamente, la frecuencia del movimiento de vibración depende en general de la intensidad de este movimiento y el sistema no tiene cuanto de energía bien determinado. Planck sintió la necesidad de enunciar la hipótesis de los cuantos bajo una forma general que fuese aplicable a todos los sistemas mecánicos, y que en el caso particular del oscilador volviese a dar el enunciado de los cuantos de energía. Para llegar a un tal enunciado, ha observado que la constante h, teniendo las dimensiones de una acción (es decir de una energía multiplicada por un tiempo o de una cantidad de movimiento multiplicada por una longitud), desempeña el papel de una cantidad elemental de acción, de una especie de átomo de acción. Ahora bien, si se tiene un movimiento periódico que se puede definir con la ayuda de una sola variable, por ejemplo el movimiento periódico de un corpúsculo a lo largo de una recta, se puede calcular la integral de acción maupertuisiana, o sea la

misma que interviene en el enunciado del principio de menor acción, para un período completo de movimiento. Es una constante característica del movimiento periódico y, escribiendo que esta constante es un múltiplo entero de la constante h, se obtiene un nuevo enunciado de la hipótesis de los cuantos que tiene la ventaja de ser aplicable a todo movimiento periódico definido con ayuda de una sola variable. Además, se verifica fácilmente que este nuevo enunciado lleva satisfactoriamente, en el caso particular del oscilador lineal, a hallar el enunciado primitivo de Planck. Puede decirse que, para encontrar una forma general de su teoría, Planck ha debido renunciar a la hipótesis primitiva de los cuantos de energía y sustituirla por la hipótesis de los cuantos de acción.

Esta intervención de la acción en el enunciado correcto de la hipótesis de los cuantos era a la vez lógica y sorprendente. Era lógica porque la mecánica clásica indicaba por sus principios de Hamilton y de la mínima acción el papel capital de esta magnitud, y porque las teoría de mecánica analítica, en que la acción interviene, ofrecen en cierto modo un marco bien preparado para la introducción de la cuantificación. Pero, por otra parte, era también muy sorprendente, porque es muy difícil de comprender, desde el punto de vista físico, cómo una magnitud como la acción, cuyo carácter abstracto es bastante acentuado, puede presentar una especie de atomicidad. La acción se expresa siempre por el producto de ciertas magnitudes de carácter geométrico y ciertas magnitudes de carácter dinámico que se corresponden por pares y forman las variables canónicamente conjugadas de la mecánica analítica. Así, la integral de mínima acción de Maupertuis es la integral curvilínea de la cantidad de movimiento a lo largo de la trayectoria. La especie de atomicidad de la acción expresada por la intervención de la constante h implica, pues, la existencia de una interdependencia entre el marco del espacio y del tiempo y los fenómenos diná-

micos que tratamos de localizar en él. Esta interdependencia tiene un carácter completamente nuevo y completamente extraño a las concepciones de la física clásica. De ahí el carácter profundamente revolucionario de la hipótesis que Planck, en un rasgo de genio, utilizó como base de su teoría de la radiación negra.

Planck sentó en principio que la materia no puede emitir radiación más que por cantidades finitas, por granos. Esto no entraña necesariamente una estructura discontinua de la radiación una vez emitida, pues se puede desarrollar la teoría de dos maneras diferentes que conducen a concepciones opuestas acerca de la absorción de la radiación por la materia. Una primera actitud, la más franca, puede decirse, y que posteriormente ha triunfado, consiste en suponer que los elementos de la materia, los osciladores electrónicos por ejemplo, no pueden tomar más que ciertos estados de movimiento correspondientes a valores cuantificados de la energía, de donde resulta que, tanto para la absorción como para la emisión, los intercambios de energía entre materia y radiación se hacen por cuantos. Pero entonces resulta necesariamente que la radiación tiene una estructura discontinua. Retrocediendo ante esta temible consecuencia de sus propias ideas, Planck ha hecho durante mucho tiempo los mayores esfuerzos para desarrollar una segunda forma menos radical de la teoría de los cuantos en la cual sólo la emisión sería discontinua, y la absorción permanecería siendo continua. La materia sería capaz de acumular de una manera continua una parte de la energía radiante que cayera sobre ella, pero no podría emitirla más que por descargas y por cantidades finitas. Se comprende fácilmente la finalidad de los esfuerzos de Planck: quería salvaguardar la naturaleza continua de la radiación porque sólo así ella podría estar de acuerdo con la teoría de las ondas, que se apoyaba sobre innumerables verificaciones de una precisión extrema. A pesar de toda la ingeniosidad desplegada por

Plank en el desarrollo de esta forma de la teoría de los cuantos, ésta ha sido desmentida por los progresos ulteriores de la física, en particular por la interpretación del efecto fotoeléctrico y por el éxito de la teoría del átomo de Bohr. Tratando ahora de la primera de estas cuestiones, vamos a ver cómo Einstein, interpretando el efecto fotoeléctrico y conforme al espíritu de la teoría de los cuantos, ha sido llevado a una concepción corpuscular de la luz.

4. — El efecto fotoeléctrico y la estructura discontinua de la luz

El descubrimiento y el estudio del fenómeno fotoeléctrico ha reservado a los físicos una sorpresa muy grande. Este fenómeno consiste en que un pedazo de materia expuesta a la acción de una radiación de longitud de onda suficientemente corta, proyecta a menudo a su alrededor electrones en movimiento rápido. La característica esencial del fenómeno es que la energía de los electrones expulsados es únicamente función de la frecuencia de la radiación incidente y no depende de modo alguno de su intensidad. Sólo el número de los electrones depende de la intensidad incidente. Estas leyes empíricas simples hacen muy penosa la interpretación teórica del mecanismo elemental que desemboca en la liberación de los electrones fotoeléctricos, de los fotoelectrones como se dice hoy día. Lo teoría ondulatoria de la luz, que parecía descansar hacia 1900 sobre bases inquebrantables, conduce a considerar la energía radiante como repartida uniformemente en la onda luminosa. Un electrón golpeado por una onda luminosa recibe, pues, la energía radiante de un modo continuo, y la cantidad de energía que recibe así por segundo es proporcional a la intensidad de la onda incidente y no depende en modo alguno de la longitud de onda. Las

leyes del efecto fotoeléctrico parecían, pues, muy difíciles de explicar.

Einstein tuvo, en 1905, la idea notable de que las leyes del efecto fotoeléctrico indican la existencia de una estructura discontinua de la luz en que los cuantos intervienen. La hipótesis de Planck, bajo su primera forma, que es la más franca, consiste en admitir que la energía radiante no puede ser absorbida por la materia más que en cantidades finitas proporcionales a la frecuencia. El éxito de la teoría de la radiación negra de Planck demostró lo bien fundado de esta hipótesis. Pero si esta hipótesis es exacta, aparece como muy probable que esta estructura granular de la radiación, si se manifiesta en el momento de la emisión y en el momento de la absorción, debe también existir en el período intermedio cuando la radiación se propaga. Einstein admitió por tanto que toda radiación monocromática está dividida en granos cuya energía tiene un valor proporcional a la frecuencia, siendo la constante de Planck la constante de proporcionalidad. Desde entonces las leyes del efecto fotoeléctrico se interpretan fácilmente. Cuando un electrón contenido en la materia reciba un grano de luz, podrá absorber la energía de este grano y salir de la materia donde se encuentra encerrado, a condición no obstante de que la energía del grano de luz sea superior al trabajo necesario al electrón para salir de la materia. El electrón expulsado así por la acción de la luz poseerá por tanto una energía cinética igual a la energía del grano de luz absorbida, menos el trabajo gastado para salir de la materia: esta energía cinética será, pues, una función lineal de la frecuencia de la radiación incidente, siendo el coeficiente angular de la recta que la representa, en función de la frecuencia, igual a la constante de Planck. Todas estas previsiones han mostrado estar en perfecto acuerdo con la experiencia. Ante todo, si se hace variar la frecuencia de la luz incidente, se comprueba que el efecto fotoeléctrico se produce solamente cuando la frecuencia es superior a un cierto

valor: al umbral fotoeléctrico. Luego, en el dominio de frecuencia en que tiene lugar el efecto, la energía cinética de los fotoelectrones es una función lineal de la frecuencia de la luz incidente; y si se traza la recta que representa esta dependencia lineal, el coeficiente angular resulta ser numéricamente igual a la constante de Planck. Naturalmente, en la nueva concepción granular de la luz, la intensidad de la luz incidente mide el número de los granos de energía que caen por segundo sobre un centímetro cuadrado de la superficie del cuerpo irradiado, y, por tanto, el número de los efectos fotoeléctricos que se producen por segundo en el interior de este cuerpo debe ser proporcional a la intensidad.

Tal es la interpretación de las leyes del efecto fotoeléctrico propuesta en 1905 por Einstein, quien llamó a esta teoría, la teoría de los cuantos de luz (*Lichtquanten*). Hoy la llamamos teoría de los fotones, pues hemos dado a los granos de luz el nombre de fotón. Desde hace treinta años la existencia del fotón ha tenido numerosas confirmaciones. No solamente el estudio del fenómeno fotoeléctrico en el caso de la luz ha podido hacerse con una precisión creciente, que confirma enteramente las relaciones descubiertas por Einstein, sino que el estudio de ese mismo efecto fotoeléctrico cuando se produce con rayos X y rayos γ, ha aportado una confirmación todavía más precisa y más neta a la teoría de los fotones. Para los rayos X y los rayos γ, las frecuencias son mucho más elevadas que en el caso de la luz; la energía transportada por cada fotón es, por tanto, mucho más grande y sus radiaciones son capaces de arrancar por efecto fotoeléctrico electrones sólidamente anclados en las profundidades de los átomos de la sustancia irradiada. Como el estudio de los espectros de los rayos X permite por otra parte conocer muy exactamente el trabajo necesario para arrancar un electrón interior a un átomo de naturaleza conocida, el trabajo necesario para extraer un fotoelectrón puede calcularse en este caso con una precisión

relativa mucho más grande que en el caso de la luz. El estudio del efecto fotoeléctrico de los rayos X y γ ha permitido, pues, someter a una prueba muy rigurosa la exactitud de la relación fotoeléctrica de Einstein; la verificación numérica ha sido perfecta y la teoría de los granos de luz ha sido con ello muy reforzada (Maurice de Broglie, Ellis, Thibaud...).

El descubrimiento de otro fenómeno ha venido a suministrar, en 1923, una nueva prueba de la existencia del fotón. Nos referimos al efecto Compton. Se sabe que si una radiación golpea un cuerpo material, una parte de la energía de esta radiación es, en general, desparramada en todas direcciones bajo la forma de radiación difusa. La teoría electromagnética interpreta esta difusión diciendo que bajo la influencia del campo eléctrico de la onda incidente, los electrones contenidos en el cuerpo material entran en vibración forzada y se convierten en fuentes de pequeñas ondas esféricas secundarias que difunden así en todas las direcciones una parte de la energía aportada por la onda primaria. Según esta interpretación, la vibración difusa bajo la acción de una onda primaria monocromática debe tener muy exactamente la misma frecuencia que esta onda primaria. Durante mucho tiempo la teoría electromagnética de la difusión se ha mostrado perfectamente adaptada a la interpretación de los fenómenos de difusión en el dominio de la luz primero, y después en el de los rayos X. Las leyes previstas por la teoría se verificaban muy exactamente. Pero un estudio más preciso de la difusión de los rayos X por la materia, ha permitido constatar que al lado de la difusión sin cambio de frecuencia prevista por la teoría electromagnética, se produce una difusión con disminución de frecuencia completamente imposible de prever por el razonamiento clásico. Al físico americano H. A. Compton corresponde el gran mérito, no solamente de haber establecido de un modo definitivo la existencia de este nuevo fenómeno, sino de haber estudiado sus leyes de un modo preciso y

de haber propuesto para él una interpretación. El hecho esencial observado por Compton es que la radiación difusa con disminución de frecuencia tiene una frecuencia variable con el ángulo de difusión, pero independiente de la naturaleza del cuerpo difusor. Compton, y casi al mismo tiempo que él Debye, han tenido la idea de que estas leyes podían interpretarse asimilando la difusión con cambio de frecuencia a un choque entre un fotón incidente y un electrón contenido en la materia. En el momento del choque hay cambio de energía y de cantidad de movimiento entre el fotón y el electrón, y como el electrón puede en general ser considerado como casi inmóvil en comparación del fotón, es siempre el fotón quien pierde energía en provecho del electrón. Como la frecuencia del protón es proporcional a su energía, hay disminución de la frecuencia en el momento del choque. La teoría se desarrolla muy simplemente apoyándose sobre los teoremas de la conservación de la energía y de la cantidad de movimiento, y permite reencontrar muy exactamente la variación de la frecuencia de los fotones difusos, en función del ángulo de difusión tal como está indicada por la experiencia. La independencia del fenómeno en relación a la naturaleza de la sustancia difusora, por lo menos en lo que se refiere a la variación de la longitud de onda, se explica inmediatamente por el hecho de que el fenómeno hace intervenir solamente las propiedades del electrón, constituyente universal de todos los cuerpos materiales. La teoría de Compton Debye ha explicado de una manera tan completa y tan feliz los caracteres esenciales del efecto Compton, que ha aportado a la teoría de los fotones una brillante confirmación.

Se puede citar todavía como confirmación de la concepción de los fotones el descubrimiento del efecto Raman algo posterior al del efecto Compton. En el efecto Raman hay difusión de la luz visible con cambio de frecuencia. El fenómeno difiere profundamente del efecto Compton en que el cambio de frecuencia sufrido

por la luz en el momento de la difusión depende esencialmente de la naturaleza del cuerpo difusor. Además, hay en general difusiones que se efectúan con aumento de la frecuencia. Sin embargo, este género de difusión es mucho menos intenso que el que se acompaña de una disminución de la frecuencia. La teoría de los fotones explica muy bien los rasgos esenciales del fenómeno, y en particular da una interpretación inmediata del predominio del efecto Raman con disminución de frecuencia, predominio del cual las teorías fundadas sobre las ideas clásicas no podían dar cuenta.

En una palabra, después de treinta años, la hipótesis, según la cual la energía luminosa presentaría una estructura granular, ha resultado muy fecunda, y no cabe duda de que ha sido ella la que nos ha revelado un aspecto esencial de la realidad física. Pero presenta también muchas dificultades y, desde los primeros trabajos de Einstein sobre este tema, no se ha dejado de hacerle toda clase de objeciones. Y en primer lugar ¿cómo conciliar esta discontinuidad de la estructura de la luz con la teoría ondulatoria cuyas experiencias tan numerosas realizadas por la óptica física habían aportado verificaciones de extraordinaria precisión? ¿Cómo imaginar la existencia de granos de luz indivisibles en tanto que las experiencias de interferencias muestran que se puede obtener trenes de ondas coherentes de una longitud de varios metros? Lorentz ha demostrado que no se pueden interpretar las leyes del poder separador de los instrumentos de óptica, de los telescopios por ejemplo, si se supone la energía luminosa concentrada en granos bien localizados en el espacio. ¿Y cómo comprender la existencia misma de las interferencias? Seguramente se podría concebir que la llegada simultánea de numerosos granos de luz sobre ciertos dispositivos pudiera provocar la apariencia de fenómenos de interferencias como consecuencia de una acción mutua entre los granos. Pero entonces los fenómenos de interferencias deberían depender de la intensidad de la luz empleada, y si

esta luz fuera bastante débil como para que no hubiera nunca en promedio más de un fotón en el aparato interferencial, las interferencias deberían desaparecer. Esta experiencia ha sido hecha (en primer lugar por Taylor) y el resultado ha sido el siguiente: por débil que sea la luz incidente, se obtienen siempre los mismos fenómenos de interferencias, a condición, claro está, de prolongar suficientemente las *poses* fotográficas. Esto prueba que cada fotón, considerado aisladamente, debe dar lugar a interferencias, lo que es completamente paradójico si se considera el fotón como un grano aislado y localizado.

Hay otras dificultades todavía que prueban cuán difícil es admitir una concepción puramente granular de la radiación. Ante todo, la manera misma como Einstein define el *cuanto* de luz hace intervenir un elemento no corpuscular: la frecuencia. Una imagen puramente corpuscular de la radiación no permite definir una periodicidad, una frecuencia y, de hecho, la frecuencia que figura en la definición de Einstein es la frecuencia de la teoría ondulatoria, cuya valor se deduce de los fenómenos de interferencia y de difracción. La relación que define la energía del fotón como igual al producto de la frecuencia por la constante de Planck no puede, pues, servir de base a una concepción puramente corpuscular de la radiación. Constituye más bien una especie de puente colocado entre el aspecto ondulatorio de la luz, bien conocido después de Fresnel, y el aspecto corpuscular revelado por el descubrimiento del efecto fotoeléctrico. Sería sin embargo inexacto decir que antes del descubrimiento del efecto fotoeléctrico, nada podía inducir a pensar en un concepción corpuscular de la luz. Hemos visto ya hasta qué punto la propagación rectilínea, la reflexión sobre los espejos, y de un modo general toda la óptica geométrica con su noción del *rayo luminoso,* inclinaba naturalmente el pensamiento hacia una óptica de carácter balístico. Pero la teoría de Fresnel, al interpretar ondulatoriamente to-

dos estos fenómenos de aspecto balístico, pareció convertir en inútil toda concepción granular. El descubrimiento del efecto fotoeléctrico indicaba la necesidad de volver a una concepción de este género, pero al propio tiempo la forma misma de la relación de Einstein demostraba que era necesario unir la concepción granular y la de las ondas, de manera que ambos términos de relación tuvieran un sentido físico.

Es preciso señalar aún una dificultad más sutil. En las concepciones clásicas, la energía de un corpúsculo es una magnitud que tiene un valor perfectamente determinado. Por el contrario, en la teoría de la radiación jamás se puede considerar una radiación como estrictamente monocromática. Una radiación contiene siempre componentes cuyas frecuencias ocupan un pequeño intervalo, espectral, intervalo que puede ser muy pequeño, pero que no puede ser rigurosamente nulo. Es un hecho sobre el cual Planck ha insistido mucho en sus exposiciones sobre la teoría de la radiación. Por lo tanto, la relación de Einstein que iguala la energía del corpúsculo de la luz al producto por h de la frecuencia de la onda clásica correspondiente, tiene algo de paradójico, puesto que iguala una cantidad bien definida a otra que no lo es. El desarrollo de la mecánica ondulatoria ha demostrado más tarde cuál era el verdadero sentido de esta dificultad.

En resumen, la hipótesis de los fotones, maravillosamente adaptada a la interpretación del efecto fotoeléctrico y del efecto Compton, no puede conducir a una teoría puramente corpuscular de las radiaciones. Esta exige el desarrollo de una teoría más comprensiva que atribuya a la radiación a la vez un aspecto corpuscular y un aspecto ondulatorio, estando estos dos aspectos enlazados entre sí por la relación de Einstein. Vamos a examinar ahora cómo la mecánica ondulatoria ha tratado de conciliar estos dos aspectos y en qué medida lo ha conseguido.

5. — Primeras aplicaciones de la hipótesis de los cuantos

La hipótesis de los cuantos, ampliamente confirmada por el éxito de la teoría de la radiación negra de Planck y por el de la teoría del efecto fotoléctrico de Einstein, no ha tardado en demostrar su fecundidad en muchos terrenos. Vamos a dar algunos ejemplos.

La mecánica estadística conduce, como hemos visto, a un resultado conocido con el nombre de teorema de la equiparación de la energía. Se puede enunciar este teorema de un modo general diciendo: en un sistema mecánico de un gran número de constituyentes que se encuentra en equilibrio térmico a temperatura uniforme, la energía de agitación térmica se reparte igualmente entre los diversos grados de libertad del sistema. Este teorema, que se deduce rigurosamente de los principios de la mecánica estadística clásica, se verifica a menudo muy bien: así conduce a una previsión exacta de las energías cinéticas medias de los átomos o moléculas en los gases, y a una evaluación generalmente correcta de los calores específicos de estos cuerpos. Sin embargo el desarrollo de la teoría de los cuantos ha demostrado que este teorema no es válido de una manera general, puesto que conduce a la ley inexacta de Rayleigh-Jeans para la densidad espectral de la radiación negra. La hipótesis de los cuantos de Planck ha tenido precisamente como finalidad evitar la equiparación de la energía. Si las concepciones de Planck son exactas, se debe, pues, esperar encontrar desvíos con respecto a las leyes clásicas aun en otros terrenos además del de la radiación negra.

Consideremos, por ejemplo, la teoría de los cuerpos sólidos. En un cuerpo sólido homogéneo, los átomos tienen posiciones de equilibrio en las que permanecerían inmóviles si no hubiera agitación térmica. Como consecuencia de la agitación térmica, los átomos oscilan al-

rededor de sus posiciones de equilibrio con tanta más intensidad cuanto la temperatura es más elevada. Según el teorema de la equiparación de la energía, todos los átomos del cuerpo sólido deberían tener la misma energía media, y el cálculo de esta energía media permitía a la antigua mecánica estadística deducir el resultado simple y general siguiente: *El calor específico molecular de un cuerpo sólido cualquiera (es decir la cantidad de calor que hay que suministrar a una molécula gramo del sólido para elevar su temperatura un grado) es igual a 6 calorías aproximadamente.* Es la ley de Dulong y Petit que fué descubierta experimentalmente por los dos físicos cuyo nombre lleva, antes de que fuera justificada teóricamente. Esta ley se ha demostrado que es exacta para un número muy grande de cuerpos sólidos a temperatura ordinaria, en tal forma que los químicos, admitiendo su validez, se han servido de ella en ciertos casos para fijar el valor de algunos pesos moleculares. Pero si la ley de Dulong y Petit es verificada a menudo, sin embargo eso no ocurre siempre. Ciertos cuerpos sólidos generalmente muy duros, tales como el diamante, tienen un calor específico molecular sensiblemente inferior a 6, y para todos los cuerpos sólidos, si se disminuye la temperatura, llega un momento en que la ley de Dulong y Petit deja de ser exacta, porque el calor específico se torna inferior al valor que aquélla prevé. La teoría de los cuantos ha explicado muy bien estas anomalías. En efecto, los átomos de un cuerpo sólido vibran alrededor de su posición de equilibrio con una frecuencia que depende de su masa y de la intensidad de la fuerza de atracción. Según la hipótesis de los cuantos, la energía de oscilación de un átomo debe ser igual por lo menos a un cuanto de energía correspondiente a la frecuencia de oscilación. Si la agitación térmica no puede suministrar sino difícilmente al átomo el cuanto de que tiene necesidad para vibrar, el átomo permanecerá inmóvil y la equiparación no tendrá lugar. El cuanto de oscilación para los átomos en la mayoría de los sólidos es bastante

pequeño para que la agitación térmica, en las temperaturas ordinarias, pueda suministrarla fácilmente al átomo. La equiparación tiene lugar sensiblemente y la ley de Dulong y Petit es verdadera. Sin embargo, para los cuerpos muy duros, como el diamante, donde los átomos están muy fuertemente ligados a su posición de equilibrio, el cuanto de oscilación es tan elevado que la equiparación no puede establecerse a la temperatura ordinaria, de donde resulta el desvío con respecto a la ley de Dulong y Petit. En fin, si se disminuye la temperatura llega un momento para todos los cuerpos sólidos en que la agitación térmica ya no es suficiente para suministrar a todos los átomos su cuanto de oscilación y en que, por tanto, el calor específico desciende por debajo del valor normal.

La teoría de los calores específicos, fundada sobre la hipótesis de los cuantos, que explica a la vez los éxitos y los fracasos de la ley de Dulong y Petit, ha sido imaginada por Einstein, desarrollada después por Nernst y Lindemann, y sobre todo por Degye, Born y von Karman. Esta teoría explica muy bien el aspecto general de los fenómenos. La teoría cuántica de los calores específicos puede por otra parte también ser aplicada, *mutatis mutandis*, al calor específico de los gases: explica especialmente por qué los grados de libertad interna de las moléculas gaseosas complejas parecen *anquilosarse* a bajas temperaturas, lo que era inexplicable con la mecánica estadística clásica.

La hipótesis de los cuantos ha sido ampliamente confirmada por estas primeras aplicaciones. Ha encontrado igualmente un apoyo en el cálculo del límite superior del fondo continuo de la radiación X emitida por un anticátodo bajo el impacto de electrones de velocidad dada. Cada una de estas aplicaciones de la hipótesis conduce a fórmulas en las cuales figura la constante h, de manera que comparando estas fórmulas con los resultados experimentales se puede obtener un valor de h.

Los valores de h obtenidos así por el estudio de fenómenos muy diversos concuerdan notablemente.

La genial y extraña concepción de Planck se encontraba, pues, hacia 1913, sostenida por hechos muy numerosos. La teoría del átomo de Bohr vino en este momento a aportarle una nueva y brillante confirmación y a demostrar hasta qué punto la estructura misma de la materia está determinada por la existencia de los cuantos.

Capítulo VI

EL ÁTOMO DE BOHR

1. — Espectros y rayas espectrales

No podemos explorar directamente el interior del átomo, ese microcosmo inimaginablemente pequeño en el que todas las magnitudes son fracciones ínfimas de las que podemos percibir. La estructura del átomo no puede sernos revelada más que por fenómenos observables en nuestra escala y que son consecuencias de esta estructura. Entre estos fenómenos figuran los espectros de rayas luminosas emitidas en ciertas condiciones de excitación térmica o eléctrica por los átomos de los cuerpos simples. Estas rayas luminosas son, en efecto, características de los átomos que las emiten; corresponden a acontecimientos que se producen en el interior de estos átomos y pueden, por lo tanto, informarnos sobre su estructura. El estudio y la clasificación metódica de las rayas espctrales era, pues, un trabajo de importancia capital en física.

Por otra parte, este trabajo no era muy fácil, pues los espectros luminosos son muy complejos y, si se quiere extender su estudio más allá de los límites de lo visible en el infrarrojo y el ultravioleta, es necesario emplear técnicas experimentales especiales que no han podido

ser mejoradas sino poco a poco. Sin embargo, en la complejidad de los espectros se ha podido progresivamente discenir ciertas regularidades, verificar ciertas leyes empíricas y establecer así un poco de orden en el conjunto muy extenso de los resultados de la experiencia. Se ha advertido primero que era posible clasificar las rayas en familias, en series para emplear la palabra técnica, cuya estructura presentan grandes analogías en los diferentes elementos. En una misma serie, las diversas rayas tienen frecuencias que presentan entre sí relaciones regulares susceptibles de ser expresadas simplemente por una fórmula matemática. Así es cómo en 1885, Balmer pudo encontrar una fórmuia que representa, en función de un solo número entero variable de una raya a la otra, el conjunto de las frecuencias de las rayas que componen el espectro visible del hidrógeno atómico y forman la serie llamada desde entonces *serie de Balmer*. La exploración del espectro del hidrógeno fuera de los límites de lo visible, ha revelado la existencia de una serie ultravioleta (serie de Lyman) y de serie infrarrojas (serie de Paschen, de Brackett, de Pfund); en cada una de estas series las frecuencias de las rayas obedecen a leyes completamente análogas a la ley de Balmer. Las series espectrales de un tipo vecino, aunque más complejo, se vuelven a encontrar en los elementos distintos del hidrógeno, especialmente en los alcalinos. En cada serie, las frecuencias de las rayas están siempre dadas por fórmulas del mismo tipo que la fórmula de Balmer, es decir que se expresan como la diferencia de dos términos, fijo el uno y característico de la serie, y variable de una raya a otra el segundo. Gracias a esta forma particular de la expresión matemática de las frecuencias de las rayas espectrales, sucede muchas veces que la frecuencia de una raya espectral sea la suma de las frecuencias de otras dos rayas espectrales. Este conjunto de reglas establecidas empíricamente por el estudio del espectro de los elementos, permitió a Ritz deducir una ley general que se llama

el principio de combinación y que es la clave de toda la espectroscopia contemporánea.

Se puede enunciar el principio de combinación diciendo: *Para cada especie de átomo es posible encontrar una sucesión de números, llamados los términos espectrales del átomo considerado, tales que la frecuencia de toda raya espectral de este átomo sea igual a la diferencia de dos de estos términos espectrales.* La forma de la ley de Balmer y de las leyes análogas, el hecho de que existan entre las frecuencias relacionadas de adición, todo esto se comprende inmediatamente desde que se admite el principio de combinación. La validez del principio de combinación se encuentra establecida de una manera inquebrantable por innumerables hechos espectroscópicos. Pero este principio debe tener su razón de ser en la estructura de los átomos: debe, bien interpretado, suministrarnos una indicación esencial sobre la manera como las rayas espectrales son emitidas por modificaciones interna del edificio atómico. La física teórica se ha encontrado por tanto ante una tarea urgente y capital: explicar el origen del principio de Ritz y deducir sus consecuencias en la estructura de los átomos.

Desgraciadamente, las ideas clásicas de la física teórica parecían completamente incapaces de explicar las leyes espectrales que los experimentadores conseguían deducir pacientemente de los hechos observados. Para explicar la emisión de las rayas espectrales, la teoría electromagnética invocaba, en efecto, la existencia en la materia radiante de corpúsculos electrizados en vibración. Imaginaba por ejemplo, que los átomos contienen electrones que normalmente estarían inmóviles en una posición de equilibrio, pero que, sometidos a ciertas excitaciones, eran susceptibles de vibrar periódicamente alrededor de esta posición. Pero las leyes que podían ser previstas de este modo para la repartición de las rayas espectrales en la escala de frecuencias eran muy diferentes a las leyes reales. Este fracaso de las

concepciones clásicas es el que constató Henri Poincaré hacia 1905 cuando escribió *:

"El primer estudio de la distribución de las rayas hace pensar en los armónicos que se encuentran en acústica, pero la diferencia es grande; no solamente los números de vibración no son los múltiplos sucesivos de un mismo número, sino que no se encuentra nada análogo a las raíces de esas ecuaciones trascendentales a las que nos conducen tantos problemas de física matemática: el de las vibraciones elásticas de un cuerpo de forma cualquiera, el de las oscilaciones hertzianas en un excitador de forma cualquiera, el problema de Fourier para el enfriamiento de un cuerpo sólido. Las leyes son más simples, pero son de muy distinta naturaleza... Esto no ha podido explicarse y *yo creo que ahí reside uno de los más importantes secretos de la naturaleza*".

¡Y yo creo que ahí está uno de los más importantes secreto de la naturaleza! ¡Frase que verdaderamente resulta profética cuando se piensa que fué escrita diez años antes de la teoría de Bohr! En efecto, es la teoría de Bohr la que ha suministrado la verdadera significación de las leyes espectrales y demostrado cómo estas leyes traducen el carácter cuantitativo de las estructuras materiales. Nos ha revelado también esta teoría que toda la organización interna de la materia y la estabilidad de esta organización descansan sobre la existencia de los cuantos. Sin los cuantos la materia no podría existir. Este es el gran secreto del que hablaba Poincaré.

2. — La teoría de Bohr

Ha llegado el momento de hablar de esta famosa teoría cuántica del átomo, que Bohr desarrolló por primera vez en 1913. Hemos visto que en esta época los físicos tenían tendencia a admitir un modelo planetario en el

* *La valeur de la Science*, p. 205.

cual el átomo estaría constituído por un núcleo central de carga positiva y de masa casi igual a la totalidad de la masa del átomo, y por electrones-planetas que gravitarían alrededor de este núcleo. Este modelo sugerido primero por Jean Perri fué confirmado ampliamente por las experiencias de lord Rutherford y de sus colaboradores, experiencias de las que resultaba demostrada la existencia, en el átomo, de un núcleo casi puntual y cargado eléctricamente. Por desgracia, este modelo planetario, aunque sugerido por la experiencia no encuadraba del todo con las ideas clásicas concernientes a la emisión de las radiaciones y al movimiento de las partículas electrizadas. En efecto, el hecho fundamental de que existan en los espectros rayas sensiblemente monocromáticas de frecuencias invariables condujo necesariamente a los físicos, imbuídos en las ideas clásicas, a imaginar que en los átomos se encuentran partículas electrizadas, electrones, que tienen en estado normal una posición de equilibrio estable hacia la cual tienden a volver si se las aparta de ella. El electrón apartado de su posición de equilibrio por una causa externa cualquiera vibrará alrededor de esta posición con una frecuencia bien determinada, y según la teoría electromagnética de la emisión será el origen de una onda electromagnética divergente de frecuencia bien definida, y luego, perdiendo así poco a poco su energía bajo la forma de radiación, acabará por volver a quedar en reposo, en su posición de equilibrio. Se habrá, pues, de este modo explicado por una parte la monocromaticidad de las rayas espectrales, y por otra parte la estabilidad de los edificios atómicos. Pero el modelo planetario del átomo no permite de ninguna manera una explicación de este género, pues los electrones, describiendo órbitas keplerianas, tienen una frecuencia de revolución que depende de su energía y varía con ella; si por lo tanto la teoría clásica de la emisión de las radiaciones es aplicable al átomo, los electrones planetarios deberán perder progresivamente su energía al irradiar una radiación

de frecuencia continuamente variable para terminar por caer sobre el núcleo y neutralizarlo. La teoría clásica aplicada al modelo planetario no permite, pues, volver a encontrar ni el carácter monocromático de las rayas espectrales, ni la estabilidad del átomo. Tal es la dificultad con la cual se encontró Niels Bohr cuando comenzó sus investigaciones.

Bohr tuvo el gran mérito de advertir claramente que era necesario adoptar el modelo planetario, pero introduciendo las ideas fundamentales de la teoría de los cuantos. Estas ideas conducen, como es sabido, a admitir que entre la infinidad de movimientos posibles prevista por la mecánica clásica, algunos solamente, los movimientos cuantificados, son estables y se realizan normalmente en la naturaleza. Planck había llegado, según hemos visto, a un enunciado general que definía los movimientos cuantificados de un sistema periódico determinado, por una sola variable. En la época en que Bohr escribió su primera memoria, no se sabía cuantificar los movimientos periódicos definidos por más de una variable, pero parecía ya muy probable que se encontraría manera de efectuar la cuantificación en este caso general. Bohr pudo, pues, admitir que el movimiento de los sistemas atómicos era cuantificado. Desde entonces resultaba que todo átomo poseía una serie de estados estables cuantificados o estados estacionarios y se debía suponer que este átomo se encontraba siempre en uno de sus estados estables. Dado que el átomo aislado forma un sistema conservativo, cada uno de sus estados estacionarios estará caracterizado por un valor *cuantificado* de la energía, y cada especie de átomo poseerá una sucesión de valores cuantificados de su energía correspondientes a sus diversos estados estacionarios posibles. Al átomo de cada cuerpo simple irá, por lo tanto, ligada una sucesión de números que dará las energías de las diversas estructuras cuantificadas de las cuales es susceptible.

Cuando se llega a este punto del razonamiento, se

advierte que el resultado así obtenido presenta una gran analogía con la existencia de los términos espectrales tal como ella se desprende del principio de combinación. Para obtener la interpretación cuántica de los términos espectrales y de la ley de Ritz, es suficiente, en efecto, suponer que las frecuencias de las rayas espectrales del átomo son siempre proporcionales a la diferencia de dos de los valores cuantificados de su energía. Ahora bien, Bohr ha visto perfectamente que este postulado se presentaba en forma natural en la teoría cuántica del átomo. Su efecto, siendo los estados cuantificados del átomo estables, la existencia de uno de estos estados no debe acompañarse de ninguna radiación. Esta conclusión es evidentemente contraria a las previsiones de la teoría electromagnética puesto que, en los estados cuantificados, los electrones-planetas describen órbitas cerradas y sufren constantemente grandes aceleraciones, pero ello está conforme con la idea de estabilidad cuántica. Es, pues, cuando el átomo pasa de un estado cuantificado a otro con cambio de energía, cuando se produce la emisión de las rayas espectrales. Bohr admite, por consiguiente, que cada división espectral tiene por origen la transición brusca de un átomo de un estado estacionario a otro con pérdida de energía bajo la forma de radiación. En la teoría cuántica es además muy natural admitir que la energía es emitida por cuantos, por fotones. Por tanto, en el momento de una transición, hay emisión de un cuanto de energía radiante igual a la diferencia entre la energía del estado estacionario inicial del átomo y la energía de su estado estacionario final. De ahí resulta inmediatamente la proposición siguiente conocida con el nombre de *ley de las frecuencias de Bohr:* La frecuencia de la raya espectral emitida en el momento de la transición que hace pasar el átomo de un estado estacionario A a un estado estacionario B, es igual al cociente por la constante h de Planck de la diferencia entre la energía del estado A y la del estado B. Según la ley de las fre-

cuencias, los términos espectrales de un átomo son iguales o las energías de los estados estacionarios de ese átomo dividido por *h*, y el principio de combinación se encuentra interpretado.

En resumen, Bohr ha fundado su teoría cuántica del átomo planetario sobre las dos bases siguiente: 1º el átomo posee una serie de estados estacionarios, los únicos realizables físicamente, que corresponden a los movimientos cuantificados y calculables por el método de Planck; 2º las rayas espectrales del átomo son emitidas cuando el átomo sufre una transición entre estados estacionarios, estando sus frecuencias determinadas por la ley de las frecuencias. El principal trabajo a efectuar era, pues, calcular la energía de los estados estacionarios para los diversos átomos. El caso más simple es evidentemente el del hidrógeno cuyo número atómico es 1. En este caso hay únicamente un solo electrón-planeta que debe describir alrededor del núcleo una trayectoria kepleriana. Pero, aun en ese caso simple, Bohr no podía en el momento de su primer trabajo tratar completamente el problema planteado. Para definir un movimiento kepleriano son necesarias en efecto dos variables, por ejemplo el radio-vector y el azimut del planeta. Ahora bien, no se sabía todavía cuantificar más que los movimientos definidos por una sola variable. Bohr salvó la dificultad considerando nada más que los movimientos keplerianos circulares para los cuales el radio-vector, permaneciendo constante, se puede considerar al azimut como única variable. Escribiendo entonces que para las órbitas circulares estacionarias, la integral cíclica de la acción es igual a un múltiplo entero de la constante *h*, Bohr obtuvo la expresión de la energía de estas órbitas estables en función de un número entero que varía de 1 a infinito. Dividiendo la expresión de estas energías por *h*, se obtienen los términos espectrales del hidrógeno, y como consecuencia las fórmulas que representan las frecuencias de las diversas series espectrales. Se vuelven a hallar así inmediatamente y sin retoque la fórmula de Balmer y las fórmulas análogas valederas para las series de Lyman, Paschen, etc. Y no solamente se vuelve a hallar la forma de estas fórmulas sino que se las reencuentra numéricamente. En la fórmula de Balmer y en las fórmulas análogas, figura en efecto una constante que los espectrocopistas han llamado la constante de Rydberg y de la cual han medido desde hace mucho tiempo y muy exactamente el valor. Ahora bien, la teoría de Bohr conduce a atribuir a esta constante un valor que se expresa con la ayuda de las constantes fundamentales: carga y masa del electrón y constante de Planck. La teoría de Bohr permite, por tanto, calcular *a priori* la constante de Rydberg y este cálculo suministra exactamente el valor anteriormente medido por los espectrocopistas. Esta concordancia cuantitativa ha sido el gran éxito de la teoría atómica de Bohr. Ha probado que el camino descubierto por Bohr era el bueno.

Bohr no se ha contentado con este primer y notable éxito. Ha extendido su teoría al caso del helio ionizado. El helio es el segundo cuerpo simple de la lista de Mendelejeff en la cual los elementos están clasificados por orden de pesos atómicos crecientes; su número atómico es 2, y según el modelo planetario el átomo del helio debe estar formado por un núcleo, cuya carga eléctrica es doble a la del protón, y de dos electrones-planetas. El problema matemático de la determinación de los movimientos cuantificados en el átomo del helio es, por consiguiente, complicado, pues es un problema mecánico de tres cuerpos. Pero se simplifica así, como consecuencia de una acción exterior, el átomo de helio pierde uno de sus electrones. Entonces se tiene un átomo de helio una vez ionizado en que no hay más que un electrón y se tiene el mismo problema mecánico que en el caso del átomo de hidrógeno, con la sola diferencia de que aquí la carga eléctrica del núcleo es dos veces mayor. Bohr ha demostrado entonces que las rayas espectrales del helio ionizado deben obedecer a leyes

completamente parecidas a la de Balmer, pero en la que la constante de Rydberg está multiplicada por el factor 4. Esto ha permitido atribuir al helio ionizado la serie de Pickering descubierta en el espectro de ciertas estrellas y que, hasta entonces, había sido atribuída equivocadamente al hidrógeno. Esta aplicación de la teoría cuántica del átomo ha ayudado así a aclarar un conjunto de hechos espectroscópicos cuya interpretación permanecía dudosa.

Además, Bohr ha podido explicar un pequeño hecho que, al principio, parecía bastante singular. La experiencia indica que, para el espectro del helio ionizado, la constante de Rydberg (abstracción hecha del factor 4 del cual acabamos de hablar) no tiene exactamente el mismo valor que para el espectro del hidrógeno. Bohr ha advertido el origen de este desvío en el hecho de que el núcleo del átomo sufre la reacción del electrón-planeta, y por tanto no queda rigurosamente inmóvil. La teoría primitiva, en la cual consideró al núcleo como un centro fijo de atracción, no era más que una primera aproximación: era necesario tener en cuenta el movimiento del núcleo, que es tanto más importante cuanto el núcleo es más liviano. Reanudando más rigurosamente los cálculos, Bohr encontró un término correctivo dependiente de la relación de la masa del electrón con la del núcleo. Como el núcleo de helio es cerca de 4 veces más pesado que el del hidrógeno, el término correctivo así calculado es, pues, sensiblemente más grande para el hidrógeno que para el helio, siendo siempre muy pequeño. Se explica entonces por qué la constante de Rydberg no tiene exactamente el mismo valor para estos dos cuerpos, y la diferencia prevista por el cálculo de Bohr coincide exactamente con los datos de la experiencia.

La teoría del átomo de Bohr conduce también a comprender, al menos de un modo general, la estructura de los espectros ópticos de elementos diferentes del hidrógeno y del helio ionizado. Seguramente, cuando

se trata de extender la forma de cálculo de Bohr a átomos de más de un electrón, se tropieza con grandes dificultades: por una parte el problema se hace complicado y hasta insoluble; por otra parte la aplicación de la regla de cuantificación resulta incierta. Sin embargo, la analogía general de los espectros de todos los elementos y la intervención en sus fórmulas de serie de la constante de Rydberg, prueban el parentesco profundo de todos estos espectros y hacen creer que el método coronado por el éxito en el caso del hidrógeno, puede ser trasladado a otros elementos. Se puede con Bohr adoptar el esquema siguiente, ciertamente muy grosero: se considera el átomo no ionizado de número atómico N como conteniendo en su región central, alrededor del núcleo, N-1 electrones en movimiento; el N-simo electrón se supone en movimiento alrededor de esta *caparazón electrónica* y son sus pasajes de un estado estable a otro los que determinan el espectro del elemento. En primera aproximación, se reducirá la acción del núcleo y de la caparazón electrónica a la de un campo de Coulomb y se hallarán los términos espectrales análogos a los del hidrógeno. De este modo encontraremos interpretada, bastante groseramente, es verdad, la analogía de todos los espectros ópticos.

Siguiendo la misma línea de ideas, se llega también a comprender la naturaleza de los espectros de rayos X que presentan en el conjunto las mismas características generales que los espectros ópticos. No queremos entrar aquí en los pormenores de este tema y diremos solamente que las ideas de Bohr conducen a comprender el origen de la gran ley de la espectroscopia de los rayos X: la ley de Moseley. Como las rayas ópticas, las rayas de los espectros de los rayos Röntgen se dividen en series que tienen la misma estructura general para todos los cuerpos simples. Cuando el descubrimiento de la difracción de los rayos X por los cristales, debido a von Laue, Friedrich y Knipping (1912), permitió medir exactamente la longitud de onda de los

rayos X, un joven sabio inglés, Moseley, advirtió que, si se siguen las rayas homólogas a través de los espectros de diversos elementos, se observa un desplazamiento de estas rayas en la escala de las frecuencias aproximadamente proporcional al cuadrado del número atómico; en otros términos, la frecuencia de una cierta raya es aproximadamente cuatro veces más pequeña en el espectro de un cierto elemento que en el espectro del elemento de número atómico doble. Las fórmulas de la teoría de Bohr demuestran fácilmente que las frecuencias de todas las señales espectrales del dominio X deben variar de un elemento a otro aproximadamente como el cuadrado del número atómico, por lo menos en primera y bastante grosera aproximación. La ley de Moseley se encuentra de este modo justificada, y es así como la teoría atómica de Bohr ha demostrado su poder explicativo en todos los dominios espectrales.

3. — Perfeccionamiento de la teoría de Bohr. La teoría de Sommerfeld

Desde el punto de vista de su desarrollo matemático la teoría de Bohr presentaba una grave laguna. Incluso en el caso más simple, el del átomo de hidrógeno, esta teoría no permitía calcular más que las energías cuantificadas de las trayectorias circulares y no se ocupaba de las trayectorias elípticas. La razón de esta impotencia se encontraba en un desarrollo insuficiente de los métodos de cuantificación. El método de cuantificación de la acción dado por Planck sólo se aplicaba, en efecto, a los movimientos que se pueden describir por una sola variable. Para poder desarrollar en toda su amplitud la teoría atómica de Bohr, era indispensable resolver el problema siguiente: encontrar un método de cuantificación aplicable a los sistemas mecánicos de más de un grado de libertad.

Este problema ha sido resuelto, aproximadamente,

de un modo simultáneo en 1916 por W. Wilson por una parte, y por Sommerfeld por otra. Los dos han hecho notar que los sistemas mecánicos que interesan a la teoría de los cuantos pertenecen todos a la categoría de los sistemas cuasi-periódicos de variables separadas. Para los sistemas de este género, las diversas variables varían periódicamente, pero sus períodos son en general diferentes. Además, es posible, si las variables han sido convenientemente escogidas, descomponer la integral de acción en varias integrales, cada una de las cuales no depende más que de una sola variable. Extendiendo cada una de estas integrales a un ciclo completo de la variable correspondiente, se obtiene una cantidad llamada *periódico cíclico de la integral de acción,* y hay evidentemente tantos de estos períodos cíclicos como variables. Es suficiente entonces escribir que cada uno de esos períodos cíclicos es un múltiplo entero de la constante *h*, para obtener un enunciado general que satisfaga la cuantificación de los movimientos del sistema. En particular, si no hay más que una sola variable, vuelve a encontrarse el enunciado de Planck.

El método de cuantificación de Wilson-Sommerfeld que acabamos de esbozar, permite en principio resolver todos los problemas que la teoría atómica de Bohr ha tenido que plantearse. Naturalmente, en la práctica, dado que se trata de átomos, aunque sean poco complicados, el problema mecánico se hace inextricable y no se puede avanzar, pero este fracaso proviene entonces de la imposibilidad de resolver las ecuaciones dinámicas y no ya de la imperfección del método de cuantificación.

Sommerfeld se sirvió del método de cuantificación, del cual fué uno de los inventores, para tratar diversos problemas de la teoría atómica más completamente de lo que Bohr había podido hacerlo. Demostró primero que para el átomo de hidrógeno la consideración de las órbitas elípticas no introducía valores nuevos en la sucesión de las energías cuantificadas, y por consecuencia

no modificaba en nada las conclusiones primitivas de Bohr. En lo que se refiere a los espectros ópticos ha podido mostrar que, teniendo en cuenta un poco esquemáticamente, es cierto, el entrecruzamiento de las trayectorias electrónicas, se podían reencontrar en lugar de las leyes del tipo Balmer otras fórmulas, hasta entonces empíricas, que ya eran conocidas por los espectrocopistas bajo el nombre de fórmulas de Rydberg y fórmulas de Ritz y que representan mejor que las fórmulas de tipo Balmer la distribución exacta de las rayas ópticas en la escala de las frecuencias.

Pero el gran éxito alcanzado por Sommerfeld ha sido su teoría de la estructura fina. Un estudio profundo del espectro del hidrógeno, hecho con ayuda de los espectrógrafos, con un poder separador elevado, demostró en efecto que ciertas rayas del espectro del hidrógeno no eran simples sino que se descomponían en realidad en varias rayas de frecuencias muy próximas. Las fórmulas del tipo Balmer, que volvió a encontrar teóricamente Bohr, no explicaban esta *estructura fina*. Sommerfeld tuvo la idea muy ingeniosa de investigar si esta complejidad de las rayas espectrales podría interpretarse aplicando a los electrones intraatómicos, en lugar de la mecánica newtoniana clásica, la mecánica einsteiniana de relatividad. En efecto, si se retoman las fórmulas de la teoría de Bohr, se advierte que los electrones poseen en el átomo, según el esquema planetario, velocidades suficientemente elevadas para que deban tenerse en cuenta las correcciones relativistas. Rehaciendo los cálculos empleando en ellos a la vez su método de cuantificación y la dinámica de Einstein, Sommerfeld ha encontrado que ciertos valores cuantificados de la energía prevista por la teoría anterior se desdoblan; dicho de otro modo, ciertos términos espectrales del hidrógeno previsto por Bohr se descomponen en términos espectrales de valores muy próximos pero sin embargo distintos. Esto basta evidentemente para explicar el fenómeno de la estructura fina. Y los

valores calculados por Sommerfeld para la diferencia de frecuencia entre los componentes de los dobles de la serie de Balmer, han estado de acuerdo muy satisfactoriamente con los valores experimentales.

Animado por este éxito Sommerfeld ha querido explicar igualmente las estructuras finas observadas en los espectros de los rayos X, estructuras finas que son todavía más importantes que las de los espectros ópticos. Se observa, en efecto, en los espectros X dobles cuyos componentes son fácilmente separables y cuya variación se puede seguir a lo largo de la serie de los elementos. Algunos de estos dobles, llamados *dobles regulares,* presentan una diferencia de frecuencia que aumenta rápidamente con el número atómico del elemento, aproximadamente como la cuarta potencia de este número atómico. La vinculación de la dinámica de la relatividad con los métodos cuánticos ha permitido a Sommerfeld interpretar la existencia de estos dobles y su variación en N^4. En particular, los dobles de la serie L están muy bien representados por las fórmulas de Sommerfeld.

Los hermosos resultados obtenidos así por Sommerfeld parecieron después de su publicación (1916) constituir un éxito magnífico y definitivo a la vez para los métodos cuánticos y la mecánica relativista, y despertaron un legítimo entusiasmo. Pero un examen más profundo no tardó en demostrar que quedaban algunas sombras en este cuadro. Primero, el conjunto de los métodos y de las concepciones utilizadas por Bohr y Sommerfeld que constituye hoy *la antigua teoría de los cuantos,* suscita dificultades de principio sobre las cuales volveremos en el último parágrafo de este capítulo. Por fuera de estas dificultades de orden general, los resultados de Sommerfeld tropiezan con objeciones de naturaleza más particular. En primer lugar, la estructura fina real de los espectros ópticos y de los espectros de Röntgen es más compleja de lo que indica la teoría de Sommerfeld. El esquema de los términos espectrales establecidos por

Sommerfeld, aunque más completo que el de Bohr, no es todavía tan rico como aquel cuya existencia ha sido comprobada por la experiencia espectroscópica. La dificultad es grave, pues el método cuántico de Sommerfeld no deja lugar para introducir los términos espectrales supernumerarios revelados por la experiencia: siendo un método homogéneo y completo, no parece ser susceptible de ampliarse. Sommerfeld consiguió clasificar los términos espectrales supernumerarios introduciendo un número cuántico suplementario que él denominó el *número cuántico interno,* pero racionalmente nada justifica la introducción de este nuevo elemento extraño a los principios de la teoría. Ha sido necesario el descubrimiento muy posterior del carácter magnético del electrón para justificar y explicar la intervención del número cuántico interno. La teoría de Sommerfeld era, pues, demasiado estrecha para poder explicar completamente la estructura fina de los espectros. Por lo menos parecía prever muy exactamente los dobles de la serie de Balmer y los de los espectros X. Desgraciadamente, un minucioso examen de la estructura de los espectros no ha confirmado después enteramente esta impresión favorable. Este examen ha conducido, en efecto, a caracterizar cada uno de los estados estables del átomo por un cierto conjunto de números cuánticos, y esta repartición de los números cuánticos aparece como muy justa. Ahora bien, si se tiene en cuenta esto se llega a la conclusión singular siguiente: la teorío de Sommerfeld prevé exactamente los dobles de la serie de Balmer y de los espectros X, pero no los coloca donde están realmente. No había posibilidad de atribuir a la casualidad el éxito aparente de las fórmulas de Sommerfeld, pero se sentía que en el edificio teórico algo no estaba del todo en su lugar. Ha sido la teoría de Dirac la que, combinando la mecánica ondulatoria y la naturaleza magnética del electrón, ha puesto las cosas en su lugar conservando lo esencial de los resultados de Sommerfeld. Entonces se compro-

bó que las ideas directrices del eminente físico eran exactas, pero que en la época en que él expuso su teoría, la doctrina cuántica por una parte y nuestros conocimientos sobre el electrón por otra, no estaban lo suficientemente adelantados para permitirle hacer una obra enteramente satisfactoria.

4. — La teoría de Bohr y la estructura de los átomos

La idea esencial de la teoría de Bohr consiste en que en el interior del átomo los electrones no pueden encontrarse más que en ciertos estados estacionarios de energía cuantificada. Existen, pues, niveles de energía entre los cuales se reparten los diversos electrones atómicos. Ahora bien, nosotros sabemos que existen 92 elementos para los cuales el número de los electrones contenido en el átomo crece regularmente desde 1 hasta 92. Si, por tanto, consideramos sucesivamente todos los cuerpos simples por orden de número atómico creciente, veremos su organización electrónica interna complicarse progresivamente por la agregación, unidad por unidad, de nuevos electrones; y siguiendo así la evolución de la estructura interna de los elementos, deberíamos en principio poder explicar la variación de sus propiedades químicas, espectroscópicas y aun magnéticas. Mucho antes de la eclosión de las teorías cuánticas, el químico ruso Mendelejeff había clasificado el conjunto de los elementos conocidos en su tiempo en una lista que corresponde al orden de los pesos atómicos crecientes, es decir casi exactamente en el orden de los números atómicos crecientes. Advirtió entonces que existía una cierta periodicidad en las propiedades químicas de los elementos así clasificados, es decir que se volvían a encontrar en esa lista a intervalos regulares cuerpos con propiedades químicas semejantes. En realidad, esta periodicidad no es de naturaleza sencilla: los períodos son más cortos al principio que al fin de la su-

cesión de Mendelejeff y aquí y allá se presentan accidentes que turban su regularidad. Sin embargo, la existencia de las periodicidades es indiscutible y una buena teoría del átomo debe explicarla. La teoría de Bohr, para cumplir esta misión, ha sentado en principio una regla cuya significación profunda veremos más tarde. Ha admitido que sobre cada nivel cuantificado no puede haber más que un número máximo de electrones. En otros términos, los niveles de energía intraatómicos son susceptibles de saturarse de electrones. Es ésta verdaderamente una propiedad nueva en absoluto e imprevista, de las estructuras cuantificadas, que se ha admitido un poco subrepticiamente y sin tener bien en cuenta su importancia.

Habiendo sido admitido el postulado de la saturación de los niveles, es fácil comprender la naturaleza de las periodicidades observadas en la sucesión de Mendelejeff apoyándose sobre el gran principio de la física según el cual el estado estable de un sistema es siempre el estado de energía mínima. Si la saturación de los niveles no existiese, para todos los elementos la totalidad de los electrones en el estado estable normal del átomo se encontraría sobre el nivel de menos energía. Pero a causa de la saturación de los niveles no sucede así: cuando se pasa de un elemento al siguiente, el electrón suplementario que se añade a la estructura del átomo normal se coloca sobre el nivel de menor energía *que no está todavía saturado*, o, como se dice con frecuencia, sobre el nivel de menor energía donde existe todavía un lugar libre. Cuando para un elemento, el nivel más profundo se encuentra saturado de electrones, el electrón suplementario del elemento siguiente deberá colocarse sobre el nivel que viene en seguida en el orden de las energías crecientes. Si, por tanto, se sigue el desarrollo de la estructura del átomo a lo largo de la lista de Mendelejeff, se deben ver los diversos niveles profundos del átomo llenarse y saturarse de electrones unos tras otros. Pero aquí se presenta una observación importante: la existencia de las estructuras finas nos ha enseñado que los niveles de energía cuantificada para el electrón en el interior del átomo, están repartidos en grupos en el interior de los cuales las energías son muy próximas. Diremos que los electrones de energías muy próximas que se encuentran sobre los niveles de un mismo grupo forman una *capa*. Al irse saturando los niveles unos tras otros cuando se sigue la edificación sucesiva de los elementos, las diversas capas de electrones se constituirán progresivamente. Las etapas de la edificación de una misma capa corresponden a una sucesión de propiedades químicas o espectroscópicas bien definidas. Luego, cuando la capa está saturada, comienza la edificación de la capa siguiente donde se encuentran poco más o menos las mismas etapas. Las periodicidades de propiedades observadas a lo largo de la lista de los elementos encuentran así una explicación completamente natural. El hecho de que las diferentes capas contengan números diferentes de niveles y exijan para su saturación números de electrones diferentes entraña la existencia de diferencias de longitud entre los periódcs en la sucesión de Mendelejeff. Nos limitaremos aquí a estas breves indicaciones. La interpretación de las variaciones de las propiedades de los elementos en función de la complicación progresiva de su estructura electrónica, ha sido propuesta primero por Kossel; después ha sido desarrollada y profundizada por los trabajos de Bohr, Stoner y Main Smith y forma hoy un conjunto satisfactorio.

La repartición de los electrones entre las capas y los niveles está íntimamente ligada a la estructura de los espectros de rayos X. Según la teoría de Bohr, el origen de los rayos X es, en efecto, el siguiente: si una acción exterior arranca a un átomo un electrón situado sobre una de sus capas profundas, hay en seguida en esta capa un lugar libre y uno de los electrones situados sobre las capas menos profundas podrá venir a ocupar este lugar perdiendo energía, dando lugar, la transición

así realizada, según las ideas fundamentales de Bohr, a la emisión de un cuanto de radiación. Las radiaciones emitidas así son las rayas de los espectros X. Se comprende, pues, sin que podamos aquí insistir sobre el detalle, que el estudio y la clasificación de las rayas espectrales del dominio de Röntgen haya contribuído muy considerablemente a precisar nuestras ideas sobre la estructura interna de los átomos y sobre la saturación de los niveles. Se puede decir que el fenómeno de la saturación de los niveles, cuya importancia hemos subrayado, está absolutamente probado por el desarrollo progresivo de los espectros X a lo largo de la sucesión de los elementos.

Las ideas de Bohr sobre la existencia de los niveles cuantificados en los átomos, así como los esquemas de estructura atómica para los diversos elementos, han sido ampliamente confirmados por las experiencias de ionización por choque. La ionización por choque consiste en arrancar un electrón a un átomo por medio de un choque. Cuanto más profundo es el nivel sobre el cual el electrón está situado, mayor es la cantidad de energía que es necesario ceder para arrancarlo al átomo. Imaginemos que se envía un haz de partículas de energía conocida sobre los átomos de un gas. El choque de las partículas contra los átomos de gas podrá provocar el arranque de electrones interiores a estos átomos cuya energía de extracción es inferior a la de las partículas incidentes. Si aumentamos progresivamente la energía de las partículas que sirven para el bombardeo, veremos, pues, aparecer una nueva clase de ionización cada vez que esta energía rebase el valor correspondiente al arranque de un electrón a partir de uno de los niveles de los átomos bombardeados. La aparición sucesiva de nuevas clases de ionización nos suministrará así, por lo menos en principio, el esquema completo de los niveles en cuestión. Las experiencias de este género, de las cuales Franck y Hertz fueron los iniciadores, han confirmado enteramente, de perfecto acuerdo con las indica-

ciones suministradas por los espectros de Röntgen, no solamente la existencia de los niveles cuantificados, sino la repartición esperada de estos diversos niveles de los diferentes átomos.

5. — Crítica de la teoría de Bohr

Lo que hemos dicho en este capítulo basta para demostrar la importancia de la teoría atómica de Bohr. Su eclosión ha marcado una etapa capital en la historia de la física contemporánea: desde su aparición ha permitido unificar el inmenso dominio de la espectroscopia y ha hecho comprender el carácter de las leyes que reinan en él, y luego generalizada bajo la forma de una teoría coherente de la cuantificación (llamada hoy antigua teoría de los cuantos), ha obtenido innumerables victorias para la explicación y la previsión de los fenómenos atómicos.

Y, sin embargo, el admirable cuerpo de doctrina fundado sobre las ideas de Bohr ha estado expuesto a las críticas. Nosotros sólo queremos hablar de algunos fracasos que sufrió aquí y allá; por ejemplo, las dificultades que ya hemos señalado en la adaptación de las fórmulas de estructura fina, debidas a Sommerfeld, a los hechos espectroscópicos, o del resultado desacorde con la experiencia obtenida por Kramers después de largos cálculos, cuando quiso aplicar los métodos de la antigua teoría de los cuantos a la evaluación teórica del potencial de ionización del átomo neutro del hedio. Estos fracasos no eran ya de muy buen augurio para el porvenir de la teoría, pero otras críticas de carácter más general podían dirigirse a las concepciones primitivas de Bohr y mostraban que éstas no podían ser consideradas ni como coherentes y completas, ni por consiguiente como verdaderamente satisfactorias. Vamos a decir unas palabras acerca de algunas de estas críticas.

Ante todo, la teoría de Bohr era completamente inca-

paz de precisar enteramente la naturaleza de la radiación emitida cuando se producen transiciones cuánticas. Seguramente, daba una regla precisa para calcular la frecuencia de esta radiación,, pero para tener una descripción completa de una radiación aun monocromática, es preciso además conocer su intensidad y su estado de polarización. Mucho menos precisa desde este punto de vista que la teoría electromagnética clásica de la radiación, la teoría primitiva de Bohr no daba ninguna indicación sobre las intensidades y las polarizaciones. Bohr tenía clara conciencia de este defecto de su teoría y él fué el primero que, en 1916, buscó remediarlo enunciando su principio de correspondencia. Como el próximo capítulo estará consagrado a esta importante cuestión, no nos detendremos en ella por el momento. Pero, fuera de esta insuficiencia de precisión en lo que concierne a la emisión de la radiación, la teoría de Bohr presentaba otros puntos débiles. En particular, descansaba sobre una alianza muy rara de las concepciones y de las fórmulas de la dinámica clásica, por una parte, y de los métodos cuánticos por otra. Se comienza en ella por asimilar el electrón intraatómico a un punto material de la mecánica clásica que describe bien regularmente su órbita bajo la influencia de fuerzas de Coulomb, tomando así por imagen del átomo un pequeño sistema planetario de dimensiones extraordinariamente reducidas. Luego, en esta representación muy conforme a las ideas clásicas, se introducían bruscamente, y en cierto modo desde el exterior, las condiciones de cuantificación afirmando que, entre la infinidad de trayectorias previstas por el cálculo dinámico clásico, sólo eran estables y físicamente realizables las que se sometían a las exigencias de la cuantificación. Desde entonces los cambios de estado del átomo no podían consistir más que en transiciones bruscas y acompañadas de pérdidas de energías por radiación, y ningún medio parecía susceptible de permitir una descripción de estas transiciones bruscas en el cuadro clásico del espacio y del tiempo.

Entre las transiciones, el átomo está en un estado estable, en uno de los *estados estacionarios* de Bohr, en que parece ignorar completamente el mundo exterior, porque no irradia energía electromagnética a pesar de las prescripciones precisas de la teoría electromagnética; luego, de repente, salta de este estado estacionario a otro realizando una transición imposible de describir y representar en el espacio. Henos ahora muy lejos de las concepciones clásicas, después de haberlas tomado como punto de partida; y una teoría que parte de un sistema de conceptos para llegar a renegarlo, no es evidentemente coherente. Y luego, todas las imágenes dinámicas que han sido introducidas al comienzo de la teoría, esos electrones puntuales que describen órbitas de forma bien calculable a lo largo de las cuales tienen en cada instante una posición y una velocidad bien definidas, todo eso no sirve finalmente más que para calcular la energía de los estados estacionarios y los términos espectrales correspondientes que únicamente pueden ser confrontados con la experiencia gracias a las medidas espectroscópicas y a los dispositivos de ionización por choque. ¿No está uno tentado de pensar que toda esta representación demasiado precisa es artificial, que las formas de órbitas y los valores de posición y velocidad para los electrones no corresponden a las realidades físicas y que sólo los valores de las energías de los estados estacionarios, suministrados finalmente por toda esta mecánica celeste cuantificada, tienen un sentido físico real?

Como sucede con frecuencia, el genial inventor de la teoría cuántica del átomo fué el primero en advertir y subrayar sus puntos débiles. Fué el primero en insistir sobre el carácter ficticio del modelo planetario, sobre la naturaleza completamente nueva de las concepciones de estados estacionarios y de transiciones entre estados estacionarios, sobre la imposibilidad de hacer entrar estas concepciones en el marco ordinario del espacio y del tiempo, sobre la necesidad de abrir caminos

radicalmente diferentes de los antiguos. Con su principio de correspondencia indicó una de las direcciones a seguir, y fué guiado por sus ideas que su discípulo Werner Heisenberg consiguió años más tarde, por un notable y muy original esfuerzo del cual volveremos a hablar, crear uno de los aspectos de la nueva teoría de los cuantos: la mecánica cuántica.

Capítulo VII

EL PRINCIPIO DE CORRESPONDENCIA

1. — Dificultad de vincular la teoría de los cuantos con la radiación

La teoría electromagnética, completada con la hipótesis de los electrones, daba una imagen perfectamente clara y precisa del mecanismo de la emisión de las radiaciones por un sistema de cargas en movimiento. Dados la estructura y el movimiento de un conjunto de cargas eléctricas, permitía calcular exactamente las frecuencias, las intensidades y las polarizaciones de las radiaciones emitidas. Para conseguirlo, procedía de la manera siguiente: Primero, calculaba en un sistema de ejes rectangulares las componentes de una cantidad vectorial, el momento eléctrico del sistema, que está definido en cada instante por las posiciones de las cargas que constituyen el sistema. Estas componentes son funciones del tiempo, y según los teoremas generales de la teoría matemática de los desarrollos en series o integrales de Fourier, pueden ser desarrolladas en una sucesión (finita o infinita) de términos armónicos. La teoría electromagnética nos enseña que el sistema emitirá radiaciones que poseerán todas las frecuencias que figu-

ran en los desarrollos de Fourier. Además, la radiación que posee una de estas frecuencias, y cuyo vector eléctrico es paralelo a uno de los ejes rectangulares, debe poseer una intensidad que se deduce inmediatamente del coeficiente del término armónico de esta frecuencia, en el desarrollo de Fourier, de la componente del momento eléctrico paralela al eje considerado. Estas reglas bastan para determinar enteramente por las frecuencias, intensidades y polarizaciones, las diversas radiaciones emitidas por el sistema considerado.

Si, por tanto, la teoría electromagnética en la forma de Lorentz era realmente aplicable a las partículas elementales de electricidad, permitiría calcular sin ambigüedad alguna, las radiaciones emitidas por un átomo del modelo planetario de Rutherford-Bohr. Hemos visto ya cuáles son las previsiones groseramente inexactas a que entonces se llegaría. Al perder el átomo constantemente energía bajo forma de radiación, sus electrones acabarían por caer muy rápidamente todos sobre el núcleo, y la frecuencia de las radiaciones emitidas variaría constantemente de un modo continuo. El átomo sería inestable y no podrían existir rayas espectrales de frecuencias bien definidas, conclusiones éstas que son absurdas. Para evitar esta dificultad esencial, como hemos visto, Bohr ha admitido que el átomo en sus estados estacionarios no irradia, lo que es equivalente a negar la posibilidad de aplicar la teoría electromagnética de la radiación al movimiento orbital de los electrones sobre sus trayectorias estables.

Al romper así toda relación con la teoría electromagnética, la teoría cuántica del átomo parecía muy poco adecuada para poder prever las características de las radiaciones emitidas en forma de rayas espectrales. Sin embargo, ya hemos visto cómo Bohr resolvió la cuestión, en lo que se refiere a las frecuencias de las rayas espectrales, gracias a la hipótesis de que cada transición entre estados cuantificados se acompaña de la emisión de un cuanto de energía radiante. Pero esta ley de las

frecuencias no determina más que de una manera muy incompleta las radiaciones emitidas, puesto que no nos dice nada sobre las intensidades y las polarizaciones. Bohr llegó en 1916 a colmar, al menos parcialmente, esta laguna, siguiendo un método muy original y hasta un poco desconcertante, que consiste esencialmente en esto: a pesar del fracaso de la teoría electromagnética clásica en el dominio atómico, se busca no obstante el establecer una cierta correspondencia entre los fenómenos cuánticos y las fórmulas del electromagnetismo, de manera de poder comprender por qué la teoría electromagnética da una buena representación de los hechos en gran escala. Bohr ha conseguido así enunciar un curioso *principio de correspondencia* que ha desempeñado un papel considerable y extremadamente útil en la evolución de la teoría cuántica.

Antes de abordar el estudio del principio de correspondencia, debemos delimitar bien primero el difícil problema con que se enfrentó Bohr tratando de buscarle una solución. Es preciso comprender bien las grandes diferencias que existen entre las representaciones que proponen del fenómeno de la emisión de la teoría clásica por una parte, y la teoría cuántica por la otra Para la teoría clásica, un electrón atómico en movimiento irradia de un modo continuo toda una serie de radiaciones: la emisión de estas radiaciones es, pues, a la vez continua y simultánea. En la teoría cuántica, por el contrario, un electrón atómico no irradia cuando se encuentra en un estado estacionario, y emite cuando salta de un estado a otro, un solo cuanto de una radiación monocromática; las diferentes radiaciones monocromáticas emitidas por un conjunto de átomos de la misma naturaleza (por ejemplo, las diversas rayas espectrales emitidas por una masa gaseosa de un cuerpo simple), corresponde por tanto a transiciones sufridas por los diferentes átomos. En otros términos, según la teoría cuántica, la emisión de las rayas espectrales de un cuerpo simple es discontinua y procede por actos individuales

aislados. Es, pues, seguramente difícil de encontrar dos concepciones más diferentes que la concepción clásica y la de la teoría cuántica, y se puede en primer lugar preguntar legítimamente si podrá tenderse algún puente para vincularlas.

Cuando se reflexiona sobre el medio de establecer una correspondencia entre la imagen clásica de la emisión de las rayas espectrales y la imagen tan diferente que nos sugieren las concepciones cuánticas, se comprende de inmediatamente que esta correspondencia, supuesto que sea realizable, sólo puede ser de naturaleza estadística. En efecto, una correspondencia con la imagen clásica no puede evidentemente establecerse sino considerando de un modo simultáneo la emisión de todas las rayas espectrales. Ahora bien, desde el punto de vista cuántico para el cual la emisión de cada cuanto de radiación monocromática es un acto individual, esto no es posible más que considerando un conjunto de átomos de la misma naturaleza y en muy grande número, conjunto donde se producen constantemente transiciones individuales de todas clases, acompañadas de la emisión de las diversas rayas espectrales del elemento considerado. Por otra parte, no se puede introducir en la teoría cuántica la noción indispensable de intensidad de las diversas rayas más que colocándose igualmente desde el punto de vista estadístico.

El átomo cuantificado, en efecto, cuando ha sufrido una transición emite un solo cuanto, una sola unidad, de radiación monocromática; para un tal acto individual de emisión la cuestión de la intensidad de la radiación carece de sentido. Para poder definir una intensidad es preciso, pues, considerar un conjunto de un gran número de átomos de la misma naturaleza: en este conjunto tienen lugar por segundo un gran número de transiciones de cada clase, y, considerando todas las transiciones de cierta clase y todos los cuantos de radiación de la misma frecuencia cuya emisión acompaña estas transiciones, se puede definir estadísticamente una intensidad

para la densidad media de estos cuantos en el espacio, y esta intensidad podrá ser comparada a la que calcula la teoría clásica.

El lector comienza sin duda a advertir cómo podría ser posible establecer las correspondencias que se busca. Se considerará por una parte un conjunto de átomos ficticios obedeciendo a las leyes del electromagnetismo clásico y por otra parte un conjunto de átomos reales cuantificados, y se tratará de establecer una relación entre las frecuencias, las intensidades y las polarizaciones de las radiaciones emitidas por cada uno de los dos conjuntos, de tal modo que el cálculo por el método electromagnético clásico, muy conocido, de las emisiones espectrales del primer sistema, dé las indicaciones sobre las emisiones espectrales del segundo, es decir sobre las emisiones reales. Seguramente no es tarea fácil encontrar *a priori* la relación a establecer. El espíritu notablemente penetrante de Bohr ha sabido, sin embargo, llevarlo a cabo y encontrar para este problema arduo, si no una solución completa y definitiva, por lo menos una solución provisional que se ha mostrado muy útil y que tiene además una significación física profunda. Ha llegado el momento de exponerla.

2. — El principio de correspondencia de Bohr

Comparemos, pues, un conjunto de un gran número de átomos ficticios que obedezcan a las leyes clásicas, y un conjunto del mismo número de átomos cuantificados reales. Si conocemos el movimiento de los electrones en los átomos del primer conjunto, sabremos calcular las frecuencias, las intensidades y polarizaciones de las radiaciones emitidas. Querríamos sacar de ellas indicaciones sobre las frecuencias, intensidades y polarizaciones de las radiaciones emitidas por los átomos reales. Si nosotros no supiéramos nada de estas últimas magnitudes, no habría medio alguno de abordar este

problema. Por suerte, conocemos las frecuencias emitidas por los átomos cuantificados, gracias a la regla de Bohr. La primera cosa que debemos hacer es, por tanto, comparar estas frecuencias con las que emiten los átomos ficticios conforme a la teoría clásica. Si se hace esta comparación, se advierte que no hay, en general, ninguna relación simple entre las dos categorías de frecuencias y no se ve medio alguno de progresar en el camino emprendido. Aquí es donde el ingenio de Bohr ha intervenido de una manera decisiva. Bohr ha notado que la teoría electromagnética es siempre verificada muy aproximadamente en el dominio de los fenómenos macroscópicos. Ahora bien, desde el punto de vista cuántico, los fenómenos macroscópicos son aquellos en los que intervienen números de cuantos elevados. Esto hace probable que las previsiones de la teoría cuántica deban tender asintónicamente hacia las de la teoría clásica en el dominio de los grandes números cuánticos. Es, pues, en este dominio donde debe operarse la unión entre las dos teorías. Y puesto que sabemos calcular a la vez las frecuencias clásicas y las frecuencias cuánticas, la primera cosa que hay que hacer es verificar si efectivamente estas frecuencias coinciden en el caso de los estados estacionarios de números de cuantos elevados.

Consideremos, pues, en el átomo cuantificado una trayectoria electrónica muy exterior que corresponda a grandes valores de los números cuánticos, y consideremos simultáneamente la misma trayectoria electrónica en el átomo clásico ficticio. En el átomo clásico el electrón emite continuamente toda una serie de frecuencias que son, por otra parte, las armónicas de cierto número de frecuencias fundamentales determinadas por la descomposición armónica del movimiento del electrón. En el átomo cuántico, el electrón en movimiento estacionario no irradia, pero es susceptible de sufrir transiciones que darían origen a radiaciones cuya frecuencia está bien determinada por la regla de Bohr. Se advierte

entonces que cada frecuencia prevista por la teoría clásica para el átomo ficticio, corresponde a una cierta transición del átomo cuantificado dando lugar a la emisión de la *misma* frecuencia. Así, en el dominio de los grandes números cuánticos, hay coincidencia entre las frecuencias emitidas conforme al mecanismo clásico y las frecuencias que el electrón cuantificado puede emitir al sufrir una transición. Sólo que, mientras que cada átomo clásico emite continua y simultáneamente cada una de las frecuencias en cuestión, el átomo cuantificado no puede emitir más que una sola en cada acto individual. Pero esta diferencia profunda entre los mecanismos de emisión no impide que el resultado global sea el mismo: los dos conjuntos de átomos que comparamos con el pensamiento emiten (en el dominio de los grandes números cuánticos) las mismas rayas espectrales.

Habiendo verificado de este modo la identidad de las previsiones de la teoría clásica y de la teoría cuántica relativas a las frecuencias en el dominio de los grandes números cuánticos, Bohr ha considerado como cierto que, siempre en este mismo dominio, las previsiones de la teoría clásica relativas a las intensidades y a las polarizaciones del conjunto de átomos ficticios, debían también ser exactas para el conjunto de los átomos reales. Para los átomos cuantificados reales, la emisión de las rayas espectrales se hace por las transiciones individuales entre estados cuánticos. Como hemos explicado antes, la intensidad de una raya espectral dependerá, pues, de la proporción de átomos del conjunto que sufrirán en media por unidad de tiempo la transición correspondiente, es decir, en suma, de la probabilidad que tiene cada átomo cuantificado de sufrir la citada transición en la unidad de tiempo. Si se admite con Bohr que la intensidad de la raya espectral considerada emitida por el segundo conjunto debe ser igual a la intensidad calculada clásicamente de la misma raya espectral para el primer conjunto, se puede evaluar la probabilidad de la transición cuántica con ayuda de las fórmulas de

la teoría electromagnética. De este modo se resuelve el problema de prever, al menos para los grandes números cuánticos, la intensidad de las rayas espectrales. Lo que faltaba a la teoría primitiva de Bohr para hacer esta previsión, era una manera de evaluar las probabilidades de transmición cuántica. La idea de establecer una correspondencia entre cada una de estas transiciones cuánticas y los componentes armónicos de la radiación clásica, conducía en los límites del caso asintótico considerado, a una regla simple y rigurosa para evaluar estas prabavilidades de transición. Del mismo modo, bastaba admitir —lo que era natural— que las polarizaciones de las rayas espectrales realmente emitidas eran las mismas que las previstas por la teoría clásica, para resolver completamente la cuestión de las polarizaciones.

Desgraciadamente toda esta notable manera de poner de acuerdo imágenes en apariencia inconciliables, para llenar las lagunas de la teoría cuántica, sólo era valedera en el dominio de los grandes números cuánticos. Ahora bien, prácticamente, para la teoría del átomo, este dominio es el menos interesante, pues, fuera de ciertos estados de excitación completamente excepcionales, los electrones atómicos son siempre estados estacionarios correspondiendo a valores poco elevados de los números cuánticos, y las rayas espectrales usuales son emitidas cuando ocurren transiciones entre tales estados. No hay entonces ninguna relación simple entre la frecuencia cuántica real y las frecuencias de las que la teoría clásica prevé la emisión para un átomo en estado correspondiente al estado inicial antes de la transición o al estado final después de la transición. Sin embargo, Bohr ha postulado con gran audacia que prolongando para los pequeños números cuánticos la correspondencia establecida para los grandes, debía ser posible utilizar las evaluaciones clásicas de intensidades y de polarizaciones para prever aproximadamente las intensidades y las polarizaciones reales. No podemos

explicar aquí detalladamente cómo Bohr ha intentado dar una forma precisa a este *principio de correspondencia*. Diremos solamente que considera una cierta media de las magnitudes clásicas tomadas sobre el conjunto de los estados (no estacionarios) que son intermedios entre el estado estacionario inicial y el estado estacionario final que corresponden a la raya espectral considerada. Aunque el principio de correspondencia formulado así haya conducido a resultados interesantes y generalmente exactos, se tenía la impresión de que su enunciado conservaba un carácter un poco artificial y que no había podido encontrar en el marco de la antigua teoría de los cuantos su fórmula definitiva. Veremos que ha encontrado en el marco de las nuevas mecánicas una expresión mucho más perfecta. Pero la idea lanzada por Bohr ha revelado de inmediato ser de una importancia considerable. La idea de que la teoría electromagnética, aunque fuese en rigor inexacta, tenía un gran valor para guiarnos tal como un hilo de Ariadna, en el descubrimiento progresivo de las verdaderas leyes cuánticas elementales, ha resultado muy fecunda. Ha servido de base para un verdadero método de correspondencia, y los discípulos de Bohr, apoyados en este método e imbuídos, como lo ha dicho Heisenberg, en el espíritu de Copenhague, han podido progresar por este camino y hacer en él admirables descubrimientos como recordaremos en seguida.

3. — Algunas aplicaciones del principio de correspondencia

El principio de correspondencia ha permitido calcular, por lo menos aproximadamente, las intensidades de las diversas rayas espectrales, sea en los espectros normales, sea en los espectros modificados por efecto Stark o Zeeman. El resultado de estos cálculos ha estado, en general, en acuerdo satisfactorio con la experiencia. Una de las aplicaciones más importantes de estas eva-

luaciones de intensidad ha sido la investigación de las rayas espectrales, previstas por la regla de las frecuencias de Bohr, que son emitidas con una intensidad nula, es decir, que, de hecho, faltan en el espectro observable. Conviene explicar este punto. Cuando se conoce el conjunto de los estados estacionarios, y por consiguiente los términos espectrales de un átomo, se obtiene inmediatamente el conjunto de las rayas espectrales que puede emitir el átomo combinando los términos espectrales de dos en dos conforme a la regla de Bohr. Ahora bien, si se compara el cuadro de rayas así obtenido con la lista de las rayas que figuran realmente en los espectros, se advierte que todas las rayas previstas no son emitidas efectivamente. En otros términos, todas las frecuencias de las rayas espectrales reales pueden ser previstas por la combinación de los términos espectrales; pero lo inverso no es verdad y toda combinación de los términos espectrales no siempre suministra una frecuencia realmente representada en el espectro. La teoría debe, pues, poder suministrar *reglas de selección* que permitan decir cuáles son, entre las combinaciones de los términos espectrales, aquéllas que corresponden a las rayas emitidas efectivamente. Para esto, se interpreta la ausencia de los espectros reales de ciertas rayas previstas por combinación suponiendo que estas rayas, teóricamente existentes, son, en las circunstancias usuales, emitidas con una intensidad nula. Lo que confirma esta opinión es que en circunstancias excepcionales, por ejemplo bajo la acción de perturbaciones eléctricas particularmente intensas, el átomo llega a emitir esas rayas habitualmente ausentes de su espectro. El principio de correspondencia permite demostrar que, en las circunstancias usuales, la intensidad de las rayas espectrales ligadas a ciertas transiciones es nula, lo que quiere decir que las probabilidad para que un átomo sufra esta transición es nula. Así, entre los números cuánticos que definen una trayectoria electrónica estable, hay uno que es llamado *el número cuántico azimuta.* El principio de correspondencia permite mostrar que solamente las transiciones en que este número azimutal varía en una unidad en más o menos, tienen una probabilidad no nula de producirse en las circunstancias usuales. Se deduce la regla de selección siguiente: "En las circunstancias usuales todas las rayas espectrales que corresponden a transiciones en que el número cuántico azimutal no varía en una unidad en más o menos, tienen una intensidad nula y de hecho están ausentes de los espectros". Esta regla de selección, completada por otras análogas, se verifica notablemente en todo el conjunto de los espectros luminosos y Röntgen, y facilita considerablemente la clasificación de las rayas no identificadas todavía. El principio de correspondencia ha prestado un precioso servicio mostrando la significación teórica de estas reglas de selección cuya primera justificación había sido propuesta por otra parte partiendo de otras consideraciones (Rubinovicz).

El fenómeno de la dispersión de la luz era muy difícil de interpretar para la teoría cuántica. La experiencia muestra, en efecto, que el índice de refracción varía en función de la frecuencia de la luz, y presenta grandes perturbaciones en la proximidad de ciertas frecuencias críticas que son precisamente iguales a las frecuencias de las rayas espectrales que puede emitir el cuerpo considerado. Las antiguas teorías explicaban bastante bien estas variaciones del índice de refracción, suministrando así interpretaciones satisfactorias del fenómeno de la dispersión. La teoría electrónica, en particular, consideraba los átomos materiales como conteniendo cargas eléctricas capaces de vibrar armónicamente alrededor de una posición de equilibrio (osciladores electrónicos). Estas cargas eran susceptibles de dar origen a radiaciones por sus vibraciones, y las frecuencias de vibración de los diversos osciladores atómicos debían ser iguales a las frecuencias de las rayas espectrales del átomo. Ahora bien, estudiando la manera por la cual una onda luminosa monocromática cayendo sobre un átomo ponía

en vibración forzada los osciladores de este átomo, y la manera cómo esas vibraciones forzadas de los vibradores intraatómicos reaccionaban sobre el modo de propagación de la onda incidente, la teoría electrónica conseguía hallar para la variación del índice en función de la frecuencia una fórmula de dispersión perfectamente de acuerdo con la experiencia: en esta fórmula, las frecuencias críticas de dispersión eran iguales a las frecuencias propias de los osciladores electrónicos, es decir, a la de las rayas espectrales del cuerpo considerado, conclusión que está de acuerdo con los hechos. Para la teoría de Bohr, la explicación exacta de la dispersión era mucho más difícil. En el átomo de Bohr, en efecto, las frecuencias mecánicas de revolución de los electrones en sus órbitas no tienen ninguna relación simple con las frecuencias ópticas de las rayas espectrales ligadas a las transiciones y no a los estados. Resulta entonces muy difícil de comprender cómo la perturbación del estado mecánico del átomo por una onda luminosa exterior puede dar origen a un fenómeno de dispersión en el que el papel principal es desempeñado, no por las frecuencias mecánicas del átomo, sino por las frecuencias ópticas de sus rayos espectrales. Esta dificultad no escapó a Bohr y a sus continuadores. La aparición del principio de correspondencia ha permitido buscar la solución por nuevos caminos. Dos discípulos de Bohr, Kramers y Heisenberg, pudieron obtener, en 1923, una fórmula cuántica de dispersión que, sin ser enteramente idéntica a la fórmula clásica, está perfectamente de acuerdo con la experiencia. Los razonamientos de Kramers y Heisenberg no eran tal vez absolutamente indiscutibles, pero estaban constantemente orientados y vivificados por el espíritu del método de correspondencia. Como hemos dicho, la fórmula obtenida no era del todo idéntica a la fórmula clásica: contenía términos suplementarios cuya existencia real ha sido demostrada ulteriormente por las experiencias de Ladenburg.

En el curso de sus investigaciones sobre la fórmula de

dispersión, Heisenberg pudo convencerse de la utilidad de eliminar tanto como fuera posible todos los elementos de la teoría de Bohr no observables directamente, suplantándolos por elementos observables, por ejemplo: hacer desaparecer las frecuencias de los electrones sobre las órbitas y considerar en su lugar las frecuencias espectrales ligadas a las transiciones por la regla de Bohr. Cierto es que esta constatación ha debido contribuir a orientar al joven sabio por el camino que le condujo poco después al descubrimiento de la mecánica cuántica.

La teoría cuántica de la dispersión, éxito supremo de la antigua teoría de los cuantos, contenía ya en germen los principios que triunfaron en las nuevas mecánicas ondulatorias y cuánticas.

CAPÍTULO VIII

LA MECÁNICA ONDULATORIA

1. — Orígenes e ideas fundamentales de la mecánica ondulatoria

Hacia 1923 era casi evidente que la teoría de Bohr y la antigua teoría de los cuantos constituían solamente un estadio intermediario entre las concepciones clásicas y concepciones muy nuevas que permiten penetrar más profundamente en el análisis de los fenómenos cuánticos. En la antigua teoría de los cuantos, las condiciones de cuantificación eran en cierto modo superpuestas sobre los resultados de la mecánica clásica. La naturaleza esencialmente discontinua de la cuantificación, expresada por la aparición de las fórmulas de números enteros, los números cuánticos, presentaba un extraño contraste con la naturaleza continua de los movimientos considerados por la dinámica antigua, newtoniana o einsteniana. Era necesario, evidentemente, llegar a constituir una nueva mecánica en la que las ideas cuánticas vinieran a colocarse en la base misma de la doctrina y no a superponerse de un modo forzado como en la antigua teoría de los cuantos. ¡Cosa curiosa! La realización de este programa tuvo lugar casi simultáneamente por dos conductos muy diferentes gracias a los esfuerzos de in-

vestigaciones cuyas tendencias eran en su origen muy diversas. Así se constituyeron la mecánica ondulatoria por una parte y la mecánica cuántica por otra, doctrinas cuyo aspecto y formalismo parecían al principio complenamente opuestos. Explicaremos por qué estas teorías, de apariencias tan opuestas, pueden ser en realidad consideradas como idénticas, siendo cado una de ellas una transposición matemática de la otra en un lenguaje distinto. Estas dos tentativas, tan divergentes al principio, para constituir una mecánica nueva realmente imbuída en las concepciones cuánticas, vinieron a fundirse en un conjunto único que podría llamarse la nueva teoría de los cuantos.

La eclosión de la mecánica ondulatoria (1923) es un poco anterior a la de la mecánica cuántica (1925). Además, la primera se presta mejor que la segunda a una exposición despojada de logaritmos matemáticos. Por estas razones, la mecánica ondulatoria será estudiada en primer lugar, y el capítulo siguiente será consagrado a la mecánica cuántica y al enlace de las dos teorías.

Queremos resumir primero las razones que nos han conducido, en 1923-1924, a enunciar las ideas fundamentales de la mecánica ondulatoria. En esta época el descubrimiento del efecto Compton y el estudio del efecto fotoeléctrico de los rayos X acababan de aportar notables confirmaciones a la concepción einsteiniana de los cuantos de luz. La estructura discontinua de las radiaciones y la existencia de los fotones no podía ser ya discutida. Desde entonces se planteaba con intensidad extraordinaria el temible dilema de las ondas y de los corpúsculos en lo que se refiere a la luz. Había que admitir de buen o mal grado que la imagen de las ondas y la imagen de los corpúsculos debían ser, alternativamente, utilizadas para la descripción completa de las propiedades de las radiaciones; y la relación entre frecuencia y energía que Einstein había colocado en la base de la teoría de los fotones, indicaba claramente que esta dualidad de aspecto de las radiaciones estaba

íntimamente vinculada a la existencia misma de los cuantos. Desde entonces se podía preguntar muy legítimamente si esta extraña dualidad de las ondas y de los corpúsculos, de la que la luz suministraba un ejemplo tan notable y desconcertante, no traducía en el plano de los fenómenos la naturaleza profunda y oculta del quantum de acción y si no debía esperarse que se volviera a hallar una dualidad del mismo orden en todas las partes en que la constante de Planck manifestase su presencia. Pero entonces se planteaba una cuestión, por así decir, por sí misma. Puesto que la existencia de los estados estacionarios para los átomos demuestra la intervención del cuanto de acción en las propiedades del electrón: ¿no debe suponerse que el electrón presenta una dualidad de aspecto análogo a la de la luz? A primera vista semejante idea parecía muy arriesgada, pues hasta allí el electrón se había mostrado siempre enteramente asimilable a un punto material cargado eléctricamente y obedeciendo a las leyes de la dinámica clásica (enmendadas en cierto casos por las correcciones de relatividad introducidas por Einstein). Jamás el electrón hubo manifestado propiedades netamente ondulatorias análogas a las que la luz manifiesta en los fenómenos de interferencia o de difracción. Atribuir al electrón, en ausencia de toda prueba experimental, propiedades ondulatorias podía parecer una fantasía de carácter poco científico. Pero, sin embargo, desde que se tuvo la idea de que convenía tal vez dotar al electrón, y más generalmente a los corpúsculos materiales, de un aspecto ondulatorio, constataciones extraordinarias se presentaron al espíritu. Ya hemos explicado en el capítulo I cómo la teoría de Jacobi permitió a la dinámica clásica agrupar las trayectorias posibles de un punto material en un campo dado, de tal modo que las trayectorias de un mismo grupo fueran asimilables a los rayos de una propagación de ondas en el sentido de la óptica geométrica. Este notable paralelismo permite considerar el principio de menor acción como una

especie de traducción del principio del tiempo mínimo de Fermat. Seguramente esta identidad formal entre un cierto modo de presentación de la dinámica y de la óptica geométrica no había escapado a espíritus penetrantes como el del matemático Hamilton, pero no parece que se haya tratado de atribuirle un sentido físico. Por otra parte, diversas circunstancias parecían oponerse a ello. Primero y sobre todo, la teoría de Jacobi establece una correspondencia entre la propagación de una onda y un conjunto de trayectorias *posibles* del corpúsculo considerado. Pero con las concepciones clásicas, en cada caso físicamente realizado, el corpúsculo describe una trayectoria bien determinada; y el conjunto de sus trayectorias posibles es una abstracción que el matemático tiene perfectamente el derecho de examinar, pero a la cual el físico no puede atribuir una significación concreta. En segundo lugar ciertas divergencias de forma matemática parecían indicar que no se podía realmente asimilar físicamente el movimiento de un corpúsculo a la propagación de una onda: así, si se quiere igualar la velocidad del corpúsculo a la velocidad de la onda, se tropieza con el hecho de que estas dos velocidades no figuran del mismo modo en el principio de Maupertius por una parte, y en el de Fermat por la otra. A pesar de estas dificultades bien conocidas, era sorprendente constatar, cuando se habían concebido las ideas expuestas antes, que en la mecánica analítica clásica, la analogía formal entre las trayectorias y los rayos de una propagación de ondas se establecía por intermedio de la acción, es decir, precisamente de la magnitud que sirve de base a los cuantos. ¿Esto no estaba hecho, en verdad, para confirmar la opinión según la cual el cuanto de acción serviría de vínculo entre el aspecto corpuscular y el aspecto ondulatorio de los puntos materiales? Además, otras constataciones apoyaban esto en el mismo sentido. Si era cierto que el electrón, en los fenómenos macroscópicos, se había conducido siempre como un simple corpúsculo ¿no se de-

bió, para expresar su manera de ser en el interior de los átomos, imponerle extrañas condiciones de cuantificación en las que figuraban números enteros? Tal manera de restringir, completándola, la aplicación de la dinámica clásica al electrón, marcaba de modo notorio su insuficiencia e indicaba claramente que las propiedades del electrón no eran siempre las de un simple corpúsculo. Reflexionando sobre esto, la intervención de los números enteros para caracterizar los estados estacionarios de los electrones atómicos aparecía incluso como bastante sintomática. Los números enteros se encuentran, en efecto, frecuentemente en todas las ramas de la física en que se tienen que considerar ondas: en elasticidad, en acústica, en óptica. Intervienen en los fenómenos de ondas estacionarias, de interferencias y de resonancia. Estaba, pues, permitido pensar que la interpretación de las condiciones de cuantificación conduciría a introducir un aspecto ondulatorio de los electrones intraatómicos. La tarea que aparecía, por tanto, como más urgente y fecunda era hacer un esfuerzo para atribuir al electrón y más generalmente a todos los corpúsculos, una naturaleza dualística análoga a la del fotón, para dotarlos de un aspecto ondulatorio y de un aspecto corpuscular ligados entre sí por el cuanto de acción.

2. — El corpúsculo y su onda asociada

¿De qué se trataba en definitiva? Esencialmente de establecer una cierta manera de asociar al movimiento de todo corpúsculo la propagación de una cierta onda, estando las magnitudes características de la onda ligadas a las magnitudes dinámicas por relaciones en las que figuraba la constante h. Y era deseable establecer esta asociación de tal manera que las reglas generales, que expresasen la vinculación entre la onda y el corpúsculo, volviesen a dar, cuando se las aplicara al fotón, las relaciones bien conocidas y bien verificadas, esta-

blecidas por Einstein para expresar la asociación de los fotones y de las ondas luminosas.

Para abordar el problema así planteado, lo más natural era considerar el caso más sencillo: el de un corpúsculo en movimiento rectilíneo uniforme, de energía y de cantidad de movimientos dados y constantes. Consideraciones de simetría imponían evidentemente asociarle una onda que se propagase en el sentido del movimiento. Faltaba encontrar cómo la frecuencia y la longitud de onda de esta onda estaban ligadas a las magnitudes dinámicas que caracterizan el corpúsculo asociado. Razonamientos fundados sobre los principios generales de la teoría de la relatividad nos condujeron entonces al resultado siguiente: la frecuencia de la onda asociada es igual al producto de la energía del corpúsculo por la constante de Planck; la longitud de onda de la onda asociada es igual al cociente de la constante de Planck por la cantidad de movimiento del corpúsculo. Esta vinculación entre el corpúsculo y su onda asociada tenía el gran interés de ser exactamente la misma que la que había utilizado Einstein para asociar el fotón a la onda luminosa. Así se realizaba una notable síntesis, puesto que la misma dualidad se había establecido para los corpúsculos de materia y para la luz.

Por otra parte, un camino diferente conducía igualmente a la misma manera de establecer la vinculación entre un corpúsculo y su onda asociada. Hemos dicho que la teoría de Jacobi sugería muy claramente la idea de identificar la trayectoria del corpúsculo al rayo de una cierta propagación de onda identificando la integral de acción del corpúsculo con la integral de Fermat de la onda, de manera de hacer coincidir el principio de mínima acción con el principio del tiempo mínimo. Procediendo así se vuelve a hallar inmediatamente la proporcionalidad de la energía y de la frecuencia por una parte, y de la cantidad de movimiento y la inversa de la longitud de onda por la otra; basta entonces poner la constante de proporcionalidad igual a h, lo que es

natural y está conforme con la idea de unir los dos términos de la dualidad por intermedio del cuanto de acción para volver a hallar la correspondencia ya establecida por el método relativista. Y esta nueva manera de razonar no invoca explícitamente las concepciones relativistas y puede, por consecuencia, ser desarrollada en el marco de la dinámica newtoniana.

Es también fácil deducir de estos primeros resultados una consecuencia muy notable relativa a la vinculación entre la onda asociada y la velocidad del corpúsculo. En la teoría de las ondas se tienen que examinar, junto a las ondas monocromáticas de frecuencia determinada, los trenes de ondas limitados formados por la superposición de diversas ondas monocromáticas. Entre estos trenes de ondas es importante considerar aquéllos que están formados por la superposición de ondas monocromáticas cuyas frecuencias ocupan un intervalo espectral muy pequeño alrededor de una frecuencia central. Tal como hemos tenido ya ocasión de señalar, la onda monocromática es una abstracción que jamás se realiza en la práctica; en la realidad lo que nosotros designamos con el nombre de ondas monocromáticas en la experiencia, son siempre grupos de ondas que ocupan un pequeño intervalo espectral. Ahora bien: si se examina la propagación de un grupo de ondas en las condiciones en que la velocidad de propagación de las ondas monocromáticas es función de su frecuencia, se advierte que el grupo de ondas posee una velocidad de conjunto distinta a la velocidad de propagación de las ondas que la constituyen. Esta velocidad de grupo se expresa en función de la frecuencia central del grupo y depende de la variación de las velocidades de las ondas individuales en función de la frecuencia; está dada por una fórmula llamada *fórmula de Rayleigh*, nombre del ilustre físico inglés que primero la descubrió. Se puede buscar el modo de aplicar esta teoría de la velocidad de grupo a la onda asociada a un corpúsculo tal como nosotros acabamos de concebirla. Se hace entonces co-

rresponder a un corpúsculo en movimiento rectilíneo y uniforme de energía dada, la propagación en la misma dirección de un grupo de ondas cuya frecuencia central es igual a esta energía dividida por h. La aplicación de la fórmula de Rayleigh demuestra entonces que la velocidad de este grupo de ondas es igual a la velocidad que la mecánica clásica atribuye al corpúsculo en cuestión. Esta notable coincidencia es muy satisfactoria, pues tiene por efecto que el corpúsculo permanezca ligado a su grupo de ondas durante el curso del movimiento. Además, la teoría general de las ondas nos ha enseñado que la velocidad del grupo no es otra cosa que la velocidad del transporte de la energía por ondas. Como en nuestra concepción dualística la energía está ligada al corpúsculo, es natural que la velocidad de grupo de las ondas asociadas sea igual a la del corpúsculo.

Estos primeros resultados satisfactorios eran incompletos porque no se aplicaban más que al caso muy particular del movimiento rectilíneo y uniforme de un corpúsculo en ausencia de campo. Pero no era muy difícil generalizarlos. Consideremos, por ejemplo, el movimiento de un corpúsculo en un campo constante. La teoría de Jacobi nos enseña a considerar la trayectoria del corpúsculo como el rayo de una cierta propagación de ondas y, por la identificación de los principios de menor acción y de Fermat, se vuelve de nuevo a las mismas relaciones de vinculación entre el corpúsculo y su onda: la energía (constante) del corpúsculo es igual a la frecuencia de la onda multiplicada por h, y la cantidad del movimiento del corpúsculo variable de un punto al otro del campo es igual al cociente de h por la longitud de onda, igualmente variable en el espacio, de la onda asociada. Se puede entonces generalizar más, considerando los campos variables con el tiempo. Siempre se vuelven a hallar relaciones de la misma forma entre las magnitudes dinámicas del corpúsculo y las magnitudes *frecuencia* y *longitud de onda* de la onda asociada.

Una notable aplicación permite ver que generalizando así el paralelismo entre el corpúsculo y su onda asociada, se continúa en el buen camino. Si, en efecto, se examina cómo se comportan las ondas asociadas a los electrones, según las ideas precedentes, en el interior del átomo de Bohr, se llega a comprender el verdadero sentido de las condiciones de cuantificación: éstas expresan que la onda asociada al electrón está en resonancia sobre la longitud de su trayectoria; en otros términos, expresan que la onda asociada a un estado estacionario del electrón atómico es en sí misma una onda estacionaria en el sentido de la teoría de las ondas. Para comprender bien la importancia de este resultado, es preciso recordar brevemente lo que es una onda estacionaria. Cuando un medio limitado es susceptible de propagar ondas de cualquier naturaleza que sea, pueden establecerse en ese medio vibraciones estacionarias, es decir, vibraciones cuya configuración en el espacio no varía con el tiempo. La forma de estas vibraciones está determinada a la vez, por la naturaleza de la ecuación de propagación de las ondas, por la forma de los límites del medio considerado y por las condiciones que reinan en estos límites. Por ejemplo, sucede frecuentemente que las condiciones reinantes en el límite del medio imponen a las vibraciones ser nulas en estos límites (cuerdas vibrantes fijas en los dos extremos, antenas de radiotelefonía aisladas en los dos extremos, etc.). Entonces se tiene que buscar las soluciones de la ecuación de propagación que son armónicas con relación al tiempo y nulas en los límites del medio y cuya amplitud es siempre finita, uniforme y continua, en el interior del medio. Esta investigación constituye el problema matemático de la determinación de los *valores propios* de una ecuación diferencial en derivadas parciales para un cierto dominio del espacio y para ciertas condiciones en los límites. Ejemplos simples son bien conocidos para todos los físicos: tales son las ondas estacionarias elásticas que pueden producirse en una

cuerda vibrante fija en los dos extremos y cuyas frecuencias son los múltiplos de una frecuencia fundamental; tales son también las ondas estacionarias electromagnéticas que pueden existir en una antena de radiotelefonía aislada en un extremo y conectada a tierra en el otro, ondas estacionarias cuyas longitudes de onda son iguales al cuádruplo de la longitud de la antena dividida por los números enteros impares sucesivos.

Las consideraciones de la mecánica ondulatoria aplicadas al átomo, a las que hemos hecho alusión, conducen a considerar que los estados estacionarios de Bohr son aquellos que corresponden a las ondas estacionarias asociadas a los electrones atómicos. Es indiscutible que esta interpretación aclara el sentido real de las condiciones de los cuantos, y hace extremadamente probable la exactitud de las ideas fundamentales que hemos resumido antes y de la manera como ellas han llevado a asociar las ondas a los corpúsculos. Sin embargo, suscita dos dificultades que queremos señalar aquí porque es muy importante estudiarlas para comprender bien las cuestiones expuestas en los parágrafos siguientes.

Una primera dificultad proviene de que, para demostrar el carácter estacionario de las ondas asociadas a un estado estacionario del átomo, nos hemos servido de fórmulas que asocian al movimiento de un corpúsculo la propagación de una onda *en el sentido de la óptica geométrica.* Trasponiendo, en efecto, según la forma cuántica, ideas bien conocidas en mecánica analítica, hemos hecho corresponder las trayectorias de un corpúsculo concebidas a la manera clásica a los rayos de una propagación de ondas. Hemos señalado ya (capítulo II, parágrafo 3) que la óptica geométrica, juzgada desde el punto de vista general de la teoría de las ondas, constituye solamente una primera aproximación valedera cuando la propagación se efectúa libremente sin encontrar obstáculos y cuando, además, la velocidad de esta propagación no varía demasiado rápidamente de un punto a otro del

espacio. Ahora bien, es fácil darse cuenta de que la segunda condición no está ciertamente realizada en el interior del átomo para las ondas asociadas a un electrón atómico y, por consiguiente, la manera por la cual ha sido obtenida la demostración del carácter estacionario de la onda ligada a un estado cuantificado del átomo no puede ser considerado como rigurosa. Para plantear rigurosamente el problema habría que establecer una ecuación de propagación para las ondas asociadas a un electrón, y resolver el problema de valores propios que se plantea entonces para las ondas que obedecen a esta ecuación en el interior del átomo. Veremos en el parágrafo siguiente cómo este problema ha sido resuelto y ha conducido, en definitiva, a conclusiones de acuerdo con los razonamientos aproximados del principio. Pero debemos insistir sobre la idea general que se desprende de las consideraciones precedentes. Esta idea capital es la siguiente; puesto que la óptica geométrica es solamente una aproximación válida bajo ciertas condiciones y puesto que hemos sido conducidos a hacer corresponder a la dinámica clásica propagaciones de ondas definidas como en la óptica geométrica, nos parece que la dinámica clásica no es sin duda más que una aproximación que tiene los mismos límites que la óptica geométrica de la que es en cierto sentido una trasposición. En todos los casos en que la onda asociada a un corpúsculo no se propagara según las leyes de la óptica geométrica (y acabamos de ver que éste es el caso para las ondas asociadas a los electrones en los sistemas atómicos cuantificados), la evolución dinámica del corpúsculo no podrá ser interpretada con la ayuda de los conceptos y de las leyes de la mecánica clásica. Era necesario, por consiguiente, en lo sucesivo clasificar la mecánica de Newton y hasta la de Einstein como *antiguas mecánicas* y crear una nueva mecánica en los marcos de la cual las antiguas mecánicas entraran a título de primeras aproximaciones válidas en ciertas condiciones. En una palabra, parecía necesario, como

lo hemos escrito desde esa época, constituir *una nueva mecánica de carácter ondulatorio que sería con relación a las antiguas mecánicas lo que es la óptica ondulatoria con relación a la óptica geométrica.* Bien pronto veremos cómo esta idea ha sido precisada definitivamente después de los memorables trabajos de Schrödinger.

Queda por examinar la segunda de las dificultades de la cual hemos hablado antes. Para comprender su naturaleza consideremos, como ejemplo simple de sistema de soporte de ondas estacionarias, una cuerda vibrante fija en sus dos extremos. Esta cuerda es susceptible de ser el soporte de una sucesión indefinida de ondas estacionarias. El caso en que la cuerda efectúa exactamente una de las vibraciones estacionarias, es decir en que posee un movimiento estrictamente sinusoidal, es evidentemente excepcional. La cuerda después de una perturbación inicial cualquiera tiene, en general, un movimiento complicado, excepto en los extremos fijos, donde naturalmente el movimiento es constantemente nulo. Pero la teoría matemática de las series de Fourier nos enseña que el movimiento de la cuerda puede, cualquiera que sea, descomponerse en una suma de vibraciones estacionarias: se expresa este resultado diciendo que las funciones sinusoidales que representan las ondas estacionarias forman un sistema completo de funciones de base. Este resultado se generaliza para los sistemas vibrantes menos simples que la cuerda elástica fija en sus extremos: se demuestra que, cuando un dominio del espacio es susceptible de ser el soporte de vibraciones estacionarias, una vibración cualquiera puede ser considerada como la superposición de un cierto número (finito o infinito) de estas vibraciones estacionarias. La aplicación de estas ideas generales a los sistemas atómicos cuantificados plantea en seguida la gran dificultad anunciada. En las concepciones primitivas de Bohr, el átomo debía encontrarse siempre en uno u otro de sus estados estacionarios; siendo admitida la discontinuidad implicada por los cuantos, no había en ello nada

contrario a la imagen clásica de un estado del átomo. Pero si se admite que los estados estacionarios corresponden a vibraciones estacionarias, la teoría general que acabamos de exponer conduce a decir lo siguiente: el estado del átomo en un instante dado no puede reducirse más que excepcionalmente a un solo estado estacionario; en general, está formado por la superposición de un cierto número de estados estacionarios. Con las concepciones clásicas, tal enunciado no tiene, por decirlo así, sentido alguno, pues no puede imaginarse que el átomo esté en varios estados a la vez. Esta dificultad nos muestra que el desarrollo de la nueva mecánica va a requerir una modificación profunda de los conceptos fundamentales de la física clásica, modificación cuya necesidad está ya, según hemos dicho, contenida en germen en la existencia misma de los cuantos de acción. Es la interpretación probabilística de la nueva mecánica, la que nos permitirá muy pronto dar un sentido a la noción de superposición de varios estados.

3. — Los trabajos de Schrödinger

Corresponde a Erwin Schrödinger el mérito de haber sido el primero que escribió, en magníficas memorias aparecidas en 1926, explícitamente la ecuación de ondas de la mecánica ondulatoria, y de haber deducido un método riguroso para el estudio de los problemas de cuantificación. Para escribir la ecuación de las ondas asociadas a un corpúsculo en mecánica ondulatoria, se puede partir de la idea que, con respecto a la nueva teoría, la antigua mecánica constituye una aproximación del tipo de la óptica geométrica. En la teoría de Jacobi, las trayectorias de un corpúsculo son consideradas como idénticas a los rayos de una propagación de ondas cuyas superficies de ondas están definidas por una integral completa de una ecuación, en derivadas parciales de primer orden y de segundo grado, llamada *ecuación*

de Jacobi. Hemos observado ya * que la ecuación de Jacobi tiene una forma completamente análoga a la ecuación fundamental de la óptica geométrica, y ésa es precisamente la razón por la cual hay analogía entre la teoría de Jacobi y la teoría de la propagación de las ondas en la aproximación geométrica. La ecuación de las ondas de la mecánica ondulatoria debe por tanto ser elegida de tal modo que la ecuación de la óptica geométrica correspondiente, ecuación válida en las condiciones que ya hemos precisado, coincida con la ecuación de Jacobi. Para formar una ecuación de propagación que satisfaga esta condición, Schrödinger ha indicado el procedimiento siguiente: primero se forma la expresión que para el problema considerado dará en mecánica clásica el valor de la energía en función de las coordenadas del corpúsculo y de las componentes de su cantidad de movimiento; después en esta expresión llamada en mecánica la función hamiltoniana, se reemplazan cada una de las componentes rectangulares de la cantidad de movimiento por el símbolo de derivación con respecto a la coordenada multiplicada por una constante proporcional a la constante h de Planck. Se ha transformado así la función hamiltoniana en un símbolo de operación u operador: el operador hamiltoniano. Basta aplicar entonces este operador a la función de onda del sistema (que se designa siempre con la letra griega ψ) e igualar el resultado obtenido a la derivada de la función de onda con respecto al tiempo multiplicada por la constante de la cual acabamos de hablar. La ecuación obtenida puede ser adoptada como ecuación de ondas del corpúsculo, pues con la aproximación de la óptica geométrica se reduce a la ecuación de Jacobi tal como se escribiría en mecánica clásica para el problema planteado.

Debemos hacer algunas observaciones sobre la ecuación de propagación obtenida así para la onda asociada

* Vean Cap. 55, parágrafo 2.

a un corpúsculo. Primero, esta ecuación define la función de onda como una función escalar y no como un vector. Esto establece una diferencia importante entre la onda asociada a un corpúsculo y la onda luminosa. Pero se sabe que la teoría ondulatoria de la luz comenzó también por considerar la luz como definida por una magnitud escalar, la variable luminosa, y aún hoy nos podemos atener a este punto de vista para interpretar un gran número de fenómenos de difracción y de interferencia. Solamente cuando se quiere tener en cuenta la polarización es preciso introducir el carácter vectorial de la función de onda. También se podía pensar que la función de onda escalar ψ sería un día reemplazada por una función de onda de varias componentes por los progresos de la teoría: esta previsión ha sido justificada después por la aparición de la teoría del electrón magnético debida a Dirac, sin que haya sin embargo resultado, como veremos, una asimilación completa entre la teoría del electrón y la del fotón.

La segunda observación que hay que hacer sobre la ecuación de propagación, es que ésta es compleja, es decir que sus coeficientes no son todos números reales y que la cantidad $\sqrt{-1}$ figura en ellos. Esta circunstancia, a primera vista bastante singular, nos muestra lo difícil que es dar a la onda ψ de la mecánica ondulatoria la misma significación física que podían poseer las ondas consideradas por la física clásica. En efecto, en física clásica las magnitudes que se propagan por ondas están referidas a las vibraciones de un medio cuya existencia es cierta o supuesta (este último caso es el del éter en la etoría clásica de la luz): deben por consiguiente, representando un fenómeno real, expresarse por una función real. Si a veces se juzga útil, como sucede en los cálculos de la óptica, reemplazar estas funcionales reales por cantidades complejas de las cuales son las partes reales, ello no es más que un artificio de cálculo del cual se podría prescindir siempre. Por el

contrario, en mecánica ondulatoria, debido a la presencia de coeficientes imaginarios en la misma ecuación de propagación, el carácter complejo de la función de onda ψ se manifiesta como esencial y se opone a toda tentativa que se realice para considerar la onda de la mecánica ondulatoria como una realidad física que corresponde a las vibraciones de algún medio. El desarrollo de la nueva mecánica ha conducido a considerar la magnitud ψ como una simple magnitud intermedia cuyo conocimiento permite calcular algunas otras magnitudes, reales éstas, y teniendo una significación física, por otra parte, de orden estadístico. Volveremos sobre este punto, pero es útil hacer notar desde ahora por qué la ecuación de propagación de la mecánica ondulatoria obliga, por su misma forma, a renunciar a una interpretación física de la onda asociada.

Acabamos de explicar cómo Schrödinger consiguió formar la ecuación de propagación de la onda ψ asociada a un corpúsculo en el caso general. Pero partió, para obtenerlo, de las fórmulas de la mecánica newtoniana, de manera que esta ecuación de propagación no satisface las exigencias de la teoría de la relatividad. Es, pues, natural pensar que esta ecuación no es válida más que para los corpúsculos de velocidades bastantes débiles, es decir, para las ondas de frecuencias no muy elevadas, y la cuestión que se plantea es encontrar una ecuación de propagación que tenga el carácter relativista y admita a la de Schrödinger como primera aproximación para las frecuencias débiles. Varios autores han propuesto, casi simultáneamente, una ecuación de este género que se presenta naturalmente al espíritu. Pero esta ecuación de propagación relativista, que es de segundo orden con respecto al tiempo, ha conducido a dificultades, y veremos que la verdadera generalización relativista de la ecuación de propagación primitiva ha sido obtenida por Dirac por otro camino.

Schrödinger ha dado también la forma de la ecuación de propagación (no relativista) que conviene a un sistema

de corpúsculos, es decir, a un conjunto de corpúsculos ejerciendo acciones unos sobre otros. Pero como se introducen concepciones nuevas que merecen un estudio especial, remitimos a un capítulo ulterior (Cap. XII) el examen de la mecánica ondulatoria de los sistemas de corpúsculos.

Provisto de su ecuación de propagación, Schrödinger ha podido abordar rigurosamente el problema de la determinación de los estados estacionarios de un sistema cuantificado admitiendo, conforme a las indicaciones de la teoría aproximada, que estos estados estacionarios corresponden a formas estacionarias de la onda asociada. Consideremos un sistema cuantificado tal como el átomo de hidrógeno. Conocemos la ecuación de propagación de la onda asociada en este sistema y es natural admitir, puesto que el sistema está concentrado en una región del espacio, que la función Ψ tiende rápidamente hacia cero cuando se aleja del centro del sistema. Si admitimos también, como es usual en física matemática, que la función Ψ debe ser uniforme en todas partes y continua, la determinación de las ondas estacionarias se hará buscando soluciones monocromáticas de la ecuación de propagación, las cuales son finitas y uniformes en todo el espacio y nulas en el infinito. Schrödinger ha resuelto brillantemente este problema, sirviéndose de los métodos conocidos de análisis, para un cierto número de tipos simples de sistemas cuantificados. Se encuentra que no existen soluciones monocromáticas que satisfagan las condiciones impuestas más que para ciertos valores particulares de la frecuencia; estos valores son los *valores propios* de la ecuación en derivadas parciales de propagación para el problema considerado y con la condición en los límites: función Ψ nula en el infinito. A estas frecuencias propias del sistema considerado corresponden, multiplicados por h, conforme a la vinculación general entre onda y corpúsculo, los valores cuantificados de la energía del corpúsculo. Los cálculos de Schrödinger suministran por tanto en los casos estu-

diados las energías cuantificadas y por consiguiente los términos espectrales. En un gran número de casos, se encuentra exactamente el mismo resultado que en la antigua teoría de los cuantos: es lo que sucede, por ejemplo, en el caso del átomo de hidrógeno en el que se vuelven a hallar exactamente los resultados de Bohr. Pero, en otros casos importantes, los resultados son diferentes de los que proporcionaba la antigua teoría de los cuantos y el nuevo resultado está más de acuerdo que el antiguo con las indicaciones de la experiencia. El ejemplo más notable es el del oscilador lineal. Se recuerda que la cuantificación del oscilador lineal encontrada por Planck en la teoría de la radiación ha sido el punto de partida de todo el desarrollo de la teoría de los cuantos. El antiguo método de cuantificación afirmaba que los valores cuantificados de la energía para el oscilador lineal, eran los múltiplos enteros de un cuanto de energía obtenido multiplicando por h la frecuencia propia de oscilación mecánica del oscilador. Ahora bien, ciertos fenómenos físicos, en cuya teoría la cuantificación del oscilador interviene (espectros de bandas de las moléculas bi-atómicas, por ejemplo), parecían indicar que las energías cuantificadas de un oscilador son iguales, no al producto de su cuanto de energía por un entero sino al producto de este cuanto por un número *semi-entero,* es decir, por un número de la sucesión $1/2,\ 3/2,\ 5/2 \ldots \frac{2n+1}{2} \ldots$ Ahora bien, el nuevo método de cuantificación, apartándose aquí de la antigua teoría de los cuantos, preveía precisamente esta cuantificación por valores semi-enteros. Así volvió a hallar Schrödinger los resultados exactos de la antigua teoría y corrigió los otros: el éxito fué completo.

Fué entonces cuando una coincidencia curiosa impresionó a Schrödinger y le puso en el camino de uno de sus más bellos resultados. La mecánica cuántica de Heisenberg se había desarrollado poco tiempo antes.

Ahora bien, este nuevo método completamente distinto en apariencia a la mecánica ondulatoria, conducía para el valor de las energías cuantificadas de los sistemas atómicos, exactamente a los mismos resultados que el método de Schrödinger, confirmando o reformando de la misma manera los resultados de la antigua teoría de los cuantos. Schrödinger tuvo la intuición de que esta coincidencia no podía ser debida al azar y fué bastante hábil para demostrar que la mecánica cuántica, a pesar de su aspecto completamente diferente, no es más que una trasposición matemática de la mecánica ondulatoria. Nos limitaremos aquí a señalar este hermoso trabajo de Schrödinger, reservándonos volver a él en el capítulo próximo.

Es sabido la importancia del fenómeno Zeeman y de su análogo eléctrico, el fenómeno Stark. Schrödinger quiso atacar la teoría de estos fenómenos por la mecánica ondulatoria. Para esto desarrolló un magnífico método de perturbaciones que es la trasposición ondulatoria de un método muy clásico en mecánica celeste. Los campos magnéticos o eléctricos que nosotros sabemos producir son, en efecto, muy débiles en relación a los campos reinantes en los sistemas atómicos. Cuando sometemos, pues, átomos, sea a un campo magnético uniforme, sea a un campo eléctrico uniforme, para producir en ellos el efecto Zeeman o el efecto Stark, este campo puede ser considerado como una perturbación muy pequeña reinando normalmente en el sistema atómico. Si se ha conseguido ya calcular los valores cuantificados de la energía para el sistema considerado en ausencia de campo, será necesario calcular la modificación muy débil que la presencia del campo perturbador impone a estos valores cuantificados. Este problema ha sido resuelto por Schrödinger gracias a su método de perturbaciones y le ha conducido a una previsión detallada de los efectos Zeeman y Stark. Para el efecto Stark, los resultados están de acuerdo en el conjunto con los de la antigua teoría de los cuantos, pero parecen

más exactos en ciertos puntos. Para el efecto Zeeman se vuelven a hallar, de acuerdo con la antigua teoría de los cuantos, las previsiones clásicas de Lorentz. Esto es satisfactorio en este caso, puesto que, a veces, las cosas pasan como Lorentz lo había previsto (efectos Zeeman normales). Pero fuera de los efectos Zeeman normales que satisfacen las previsiones de Lorentz, existen también en numerosos casos efectos anormales bastante complicados; y ni la teoría clásica, ni la antigua teoría de los cuantos habían podido explicar estos hechos complejos. La mecánica ondulatoria manejada por Schrödinger tampoco lo podía conseguir. Para interpretar las anomalías del efecto Zeeman, ha sido necesaria la introducción de un elemento nuevo, el *spin* del electrón. De esta cuestión hablaremos en un capítulo posterior.

Remitimos también al próximo capítulo el estudio de la parte de los trabajos de Schrödinger relativa a la emisión y a la dispersión de la luz.

4. — La difracción de los electrones

Acabamos de exponer cómo las ideas del autor sobre la vinculación entre las ondas y los corpúsculos y la necesidad de construir una mecánica nueva de carácter ondulatorio tomó, en 1926, gracias a las admirables memorias de Schrödinger, una amplitud y una precisión extraordinarias. Pero por hermosas que fueran las ideas generales y los métodos fundamentales de la mecánica ondulatoria, por precisas que pareciesen las verificaciones que había tenido en la previsión exacta de los fenómenos atómicos, faltaba todavía a sus concepciones una verificación experimental directa. El año 1927 ha aportado esta verificación gracias al descubrimiento de Davisson y Germer del fenómeno de la difracción de los electrones.

Puesto que el movimiento de los corpúsculos está íntimamente ligado a la propagación de una onda, hay

que preguntarse si los corpúsculos materiales, los electrones por ejemplo, pueden presentar fenómenos de interferencias o de difracción completamente análogos a los que presentan los fotones y cuyo estudio constituye la óptica física. Para ver cuáles son entre estos fenómenos aquellos que deben ser realmente observables, conviene antes que nada evaluar la longitud de onda de la onda asociada a los electrones, de la que hacemos uso corrientemente. Las fórmulas de la mecánica ondulatoria suministran inmediatamente una respuesta precisa a esta pregunta: La longitud de la onda asociada a los electrones en las circunstancias usuales es siempre muy pequeña, del orden de la de los rayos X. Se puede, por consiguiente, esperar obtener con ellos los mismos fenómenos que se pueden obtener con los rayos X. Ahora bien, se sabe que el fenómeno ondulatorio fundamental de la física de los rayos X es el fenómeno de su difracción por los cristales. La extrema pequeñez de la longitud de onda de los rayos X hace casi imposible emplear dispositivos fabricados por la mano del hombre para obtener su difracción. Afortunadamente, la naturaleza nos ofrece redes adaptadas a esta difracción: éstas son los cristales. En los cristales, en efecto, los átomos o moléculas están regularmente distribuidos y forman una red de tres dimensiones, y se encuentra que las distancias entre los centros materiales repartidos en la red son siempre del orden de magnitud de las longitudes de onda X. Enviando un haz de rayos X sobre un cristal, se debe por tanto obtener un fenómeno de difracción análogo al que se podría obtener con la luz empleando una red puntual de tres dimensiones, Se sabe que este fenómeno de la difracción de los rayos X por los cristales ha sido efectivamente descubierto en 1912 por von Laue, Friedrich y Knipping, y que sirve de base a todo el desarrollo hoy considerable de la espectroscopia de los rayos X. Según lo que acabamos de decir, se debe esperar poder obtener un fenómeno completamente análogo con los electrones. Enviando un haz de electrones

de energía cinética conocida, se debe poder observar un fenómeno de difracción completamente análogo al que se podría producir con rayos X. La estructura de los diversos cristales empleados en este género de experiencia, siendo hoy bien conocida por diversos métodos y especialmente por el estudio de los espectros Röntgen, se podrá deducir de las figuras de difracción obtenidas la longitud de onda de la onda asociada a los electrones que se han empleado e, inmediatamente, se podrá verificar la exactitud de la relación propuesta por la mecánica ondulatoria para vincular la longitud de onda de la onda asociada al movimiento del corpúsculo.

Corresponde a Davisson y Germer el honor de haber descubierto, trabajando en el laboratorio Bell de Nueva York, la existencia de la difracción de los electrones por los cristales. Bombardeando un cristal de níquel con ayuda de un haz de electrones monocinéticos pusieron claramente en evidencia que estos electrones se difractaban lo mismo que una onda de longitud de onda determinada, y probaron que esta longitud de onda es la que prevé las fórmulas de la mecánica ondulatoria. Así se encontró establecida la existencia de ese bello fenómeno cuyo simple anuncio hubiera, algunos años antes, provocado el asombro y la incredulidad de los físicos.

Repetida casi al mismo tiempo en Inglaterra por G. P. Thomson, hijo de Sir J. J. Thomson, quien empleó un método algo diferente, la experiencia de la difracción de los electrones fué efectuada en seguida en todas partes. Variando las condiciones y los dispositivos Ponte en Francia, Rupp en Alemania, Kikuchi en el Japón, y algunos otros, estudiaron el fenómeno que muy pronto fué conocido en todos sus pormenores. La mayoría de las pequeñas dificultades de interpretación que se presentaron al principio fueron en seguida allanadas, especialmente observando que el interior de un cristal presenta un índice de refracción diferente de la unidad

para las ondas asociadas a los electrones. Se consiguió, como se había hecho anteriormente para los rayos X (Compton, Thibaud), obtener la difracción de los electrones sobre una simple red óptica ordinaria empleando una incidencia casi tangencial (Rupp). Se pueden comparar así directamente las longitudes de onda de los electrones con las distancias de los rasgos trazados sobre una superficie metálica por un dispositivo mecánico.

Como ocurre a menudo, el fenómeno de la difracción de los electrones que pareció al principio muy difícil de obtener y que requirió por parte de los experimentadores que llegaron a ponerlo en evidencia una gran habilidad, se ha convertido después en una práctica corriente y relativamente fácil. ¡Los procedimientos técnicos para realizarla se han perfeccionado de tal manera que hoy día se puede mostrar la difracción de los electrones a los estudiantes en una aula! Las condiciones de estas experiencias han sido, por otra parte, variadas en tan gran escala que se puede afirmar ahora la exactitud de las fórmulas fundamentales, que expresan la vinculación entre onda y corpúsculo, en todo el enorme intervalo de energía que se extiende desde algunas decenas de electrones-voltios hasta un millón de electrones-voltios. Para las grandes energías es preciso naturalmente para verificar las fórmulas, conservar los términos que traducen las correcciones relativistas. De este modo las concepciones relativistas reciben, pues, una confirmación indirecta.

La validez de las fórmulas que dan la longitud de la onda asociada a un corpúsculo se ha hecho tan cierta, que hoy se emplea la difracción de los electrones no ya para verificarlas, sino para estudiar, admitiéndolas, las estructuras de ciertos medios cristalinos o parcialmente orientados. Pero éstas son cuestiones un poco técnicas que no tienen cabida en esta obra. Nos basta comprobar que las experiencias de difracción de los electrones han aportado una magnífica confirmación directa a las concepciones de asociación entre corpúsculos y ondas

que han servido de punto de partida a la nueva mecánica.

Conviene señalar aún, antes de terminar este parágrafo, que se han obtenido también difracciones con otras partículas materiales distintas de los electrones. Los protones y los átomos materiales se difractan como los electrones. Las experiencias a este respecto son difíciles y poco numerosas todavía, pero es cierto que las fórmulas de la mecánica ondulatoria se verifican bien en este caso. Esto no debe sorprender. La asociación de las ondas y de los corpúsculos aparece como una gran ley de la naturaleza en esta dualidad de aspecto, estando ligada a la existencia y a la significación profunda del cuanto de acción. No hay razón para limitarla a los electrones y no es sorprendente que se la vuelva a hallar para todas las unidades físicas.

5. — Interpretación física de la mecánica ondulatoria

Ahora tenemos que investigar cuál es el uso que podemos hacer del conocimiento de la función de onda de un sistema. La antigua mecánica correspondía a la aproximación de la óptica geométrica, y todas las imágenes y todas las concepciones que se empleaban en ella deben ser abandonadas desde que se sale de los límites de esta aproximación. No podemos, pues, servirnos, por lo menos sin adoptar precauciones, de las nociones de posición de velocidad y de trayectoria de un corpúsculo. Necesitamos reanudar toda la cuestión y buscar cuáles son las previsiones que el conocimiento de la función de onda nos permite en cuanto a los fenómenos observables relativos a los corpúsculos. El sistema de postulados que nosotros elaboraremos deberá satisfacer la condición esencial de hacernos volver a las concepciones y a los resultados de la mecánica antigua toda vez que la onda Ψ obedezca a las leyes de la óptica geométrica. Como vamos a ver, la interpretación de la nueva mecánica es de naturaleza probabilística. Con

todo no abordaremos en su conjunto la cuestión de la interpretación probabilística de la nueva mecánica sino en el capítulo X. Por el momento examinaremos la cuestión parcialmente exponiendo tan sólo cuáles son los postulados que los físicos han estado obligados a admitir casi en seguida para poder servirse de las ecuaciones de la mecánica ondulatoria.

En primer lugar, siendo la función Ψ esencialmente compleja, no se puede, según hemos dicho, considerarla como representando una vibración física, pero puede tratarse de formar con ayuda de Ψ expresiones reales que tengan una significación física. Una de las que se presentan más naturalmente es el cuadrado del módulo de la cantidad compleja Ψ, cuadrado que se obtiene multiplicando la función de onda por la cantidad compleja conjugada. Esta cantidad puede ser considerada como el cuadrado de la amplitud de la onda. Ψ, es decir como su intensidad en el sentido ordinario de la teoría de las ondas. Para advertir cuál es la significación que nosotros debemos atribuir a esta importante magnitud, es necesario referirnos a la teoría de la luz que nos ha servido con tanta frecuencia de guía y buscar lo que representa la intensidad de la onda luminosa cuando se admite la existencia de los fotones. Consideremos una cualquiera de las experiencias de difracción o de interferencia que son tan clásicas en óptica. La teoría ondulatoria determina (¡y se sabe con qué exacta precisión!) la posición de las franjas brillantes y de las franjas oscuras calculando la intensidad de la onda luminosa en cada punto y admitiendo que la energía luminosa se reparte en el espacio proporcionalmente a la intensidad de la onda. Esta hipótesis, que se justifica por diversos razonamientos en las diferentes teorías clásicas o electromagnéticas de la luz, puede ser también considerada como un postulado: el principio de las interferencias.

Introduzcamos ahora el concepto de fotón. Un haz de luz nos aparece como una ola de fotones, y una experiencia de interferencias o de difracción se convierte a

nuestros ojos en una experiencia en la que, como consecuencia del dispositivo empleado, los fotones se encuentran repartidos de una manera no uniforme en el espacio, siendo concentrados en las franjas brillantes y huyendo de las franjas oscuras. Puesto que las previsiones de la teoría ondulatoria se verifican muy exactamente, debemos decir que la intensidad de onda calculada por esta teoría es en cada punto proporcional a la densidad de los fotones. Pero hemos señalado ya (capítulo V, parágrafo 4) las curiosas experiencias que demuestran la posibilidad de obtener interferencias con haces de luz extraordinariamente débiles. En esas experiencias las interferencias se producen, incluso cuando los fotones llegan uno por uno sobre el dispositivo interferencial. Fuerza es, pues, admitir, para explicar en este caso la obtención final de las figuras usuales de interferencias, después de largas poses, que la intensidad de la onda asociada a cada fotón representa en cada punto la probabilidad para que el fotón se encuentre en ese punto. Estamos así conducidos a pasar de un punto de vista estadístico a un punto de vista probabilístico, y el principio de las interferencias se nos aparece como un principio que regula las probabilidades de localización de los fotones. Pero, si volvemos a la teoría de la materia, advertimos que un principio completamente análogo va a imponerse a nosotros, pues la difracción de los electrones por un cristal se efectúa exactamente como se efectuaría la de los fotones de la misma longitud de onda. Es, pues, la intensidad de la onda asociada a los electrones la que determina la probabilidad de sus localizaciones en el espacio. Llegamos así a enunciar el principio siguiente: *el cuadrado del módulo de la función Ψ mide en cada punto y en cada instante la probabilidad para que el corpúsculo asociado sea observado en este punto y en ese instante.* No es preciso disimular las modificaciones que tal postulado entraña en nuestras concepciones. Como la onda Ψ ocupa en general una región extensa del espacio, el

corpúsculo puede encontrarse en cualquiera de los puntos de esa región. En un instante dado ya no se puede asignar una posición definida al corpúsculo, sino que solamente puede decirse: hay tal o cual probabilidad de encontrarle aquí o allá. Y con la noción de posición bien definida, desaparecen o por lo menos se esfuman las nociones de velocidad y de trayectoria. En todas las partes la certidumbre de la antigua mecánica deja lugar a la probabilidad. Nosotros entrevemos una importante evolución del método empleado por la ciencia para la representación y la previsión de los fenómenos, cuya evolución entraña interesantes consecuencias filosóficas.

Reservando para más tarde el estudio de estas cuestiones, enunciaremos aquí un segundo principio ya impuesto a los físicos en la interpretación de la mecánica ondulatoria. Este segundo principio ha sido formulado por primera vez, creemos nosotros, por Bohr al comienzo de sus hermosos estudios sobre los problemas de choque en la mecánica ondulatoria: se le puede dar el nombre de *principio de descomposición espectral*. Para comprender la naturaleza de este nuevo postulado, consideremos primero el caso simple de un corpúsculo que se mueve en ausencia de campo. Si la onda asociada a este corpúsculo es una onda plana monocromática, sabemos que la energía del corpúsculo tiene un valor bien definido igual al producto de la frecuencia de la onda por h. Pero desde el punto de vista ondulatorio nada nos obliga a suponer que la onda Ψ sea una onda monocromática: puede muy bien, sin cesar de satisfacer a la ecuación de propagación que es lineal, estar formada por la superposición de ondas planas monocromáticas y formar un tren de ondas. En este caso ¿cuál será la energía del corpúsculo asociado? La cuestión es embarazosa, puesto que, en la composición de la onda Ψ figuran varias frecuencias diferentes. Bohr ha propuesto resolverla recurriendo nuevamente a las probabilidades. El corpúsculo, según él, no tiene una energía

determinada; puede tener una de las energías correspondientes a una de las frecuencias representadas en la onda Ψ. De una manera más precisa, esto quiere decir que, si se determina la energía del corpúsculo, se encontrará uno de estos valores, sin que pueda decirse *a priori* cuál. Por lo que puede anunciarse *a priori*, gracias al nuevo principio introducido por Bohr, es la probabilidad de obtener uno u otro de los valores posibles de la energía. En efecto, decir que la onda asociada a un corpúsculo está formada por una superposición de ondas planas monocromáticas, equivale a decir que la función Ψ se expresa matemáticamente por la suma de términos que representan ondas monocromáticas. Cada uno de estos términos está afectado por un coeficiente que se puede llamar la amplitud parcial de este componente monocromático en la descomposición espectral de la onda Ψ, y el cuadrado del módulo de esta amplitud será la intensidad parcial correspondiente. El principio enunciado por Bohr consiste entonces en afirmar que la probabilidad para que una medida de la energía del corpúsculo suministre un cierto valor, correspondiendo a una de las componentes monocromáticas de la onda Ψ, está dada por la intensidad parcial correspondiente a la descomposición espectral de la onda. Este principio está completamente de acuerdo con lo que la óptica puede sugerirnos.

En efecto, si una onda luminosa compleja cae sobre un prisma o sobre una red, las diferentes componentes monocromáticas de la onda se encuentran separadas a la salida del dispositivo, y se debe evidentemente decir que la probabilidad para que un fotón del haz inicial único vaya a tal o cual haz separado al fin de la operación, es proporcional a la intensidad de la componente monocromática correspondiente en el desarrollo espectral de la onda incidente.

Tendremos, por otra parte, que reanudar esta cuestión considerándola desde un punto de vista más general. Aplicado a los sistemas atómicos cuantificados, el prin-

cipio de descomposición espectral nos da la clave de una dificultad de la cual hemos hablado ya. En un átomo cuantificado existe una serie de frecuencias correspondientes a estados estacionarios, de energía cuantificada. Pero, para un tal sistema, lo mismo que para una cuerda vibrante, se puede muy bien considerar un estado cualquiera formado por una superposición de estados estacionarios, pues, tomando por función Ψ una suma de vibraciones propias, se obtiene nuevamente una solución de la ecuación de propagación a causa del carácter lineal de esta ecuación. Pero en el estado representado por esta función Ψ no se puede decir ya que el átomo está en uno de sus estados estacionarios: se encuentra, en cierto modo, en varios estados estacionarios a la vez, lo que es evidentemente incomprensible con las concepciones clásicas. Con el principio de descomposición espectral, la dificultad se resuelve en un sentido inesperado: el átomo en el estado considerado puede tener cualquiera de los valores cuantificados de la energía representados en el desarrollo espectral de su onda Ψ, y esto con probabilidades proporcionales a las intensidades de las componentes espectrales correspondientes. Aquí también quiere decir esto que una experiencia que permita atribuir al átomo cierta energía conducirá a un valor de la energía representada en la descomposición espectral. El carácter probabilístico de estas interpretaciones nos hace presentir de nuevo la orientación completamente nueva que debe tomar la teoría física.

La comparación de los dos principios que acabamos de enunciar conduce a las relaciones de incertidumbre a las cuales va unido el nombre de Heisenberg. Pero el estudio de esta importante cuestión estará más en su lugar en el capítulo general que vamos a consagrar a la interpretación probabilística de la nueva mecánica y que por el momento aplazamos.

6. — La teoría de Gamow

Queremos señalar aquí una aplicación muy notable de la mecánica ondulatoria debida a Gamow. El interés de esta aplicación, fuera de su valor explicativo en el terreno de la radioactividad, consiste en demostrar hasta qué punto el aspecto de ciertos problemas se modifica cuando se pasa de la antigua a la nueva mecánica.

Consideremos un corpúsculo sobre el cual se ejerce un campo de fuerza cuyo efecto consiste en frenar su movimiento. Puede suceder que este campo de fuerza que nosotros supondremos estático, se anule en cierto punto y cambie en seguida de sentido. La función potencial de la cual deriva es entonces creciente primero, pasa por un máximo y luego disminuye. Se dice, empleando un lenguaje figurado, que se trata de una montaña de potencial. El corpúsculo que sube por la pendiente de esta montaña, ¿conseguirá atravesarla? La mecánica clásica contesta a esta cuestión del modo siguiente: sí, siempre que el corpúsculo tenga suficiente energía para alcanzar la cumbre de la montaña y descender por la otra pendiente atravesando así la montaña; pero si el corpúsculo no tiene energía suficiente para llegar a la cumbre de la montaña, no podrá atravesarla jamás, pues, habiendo agotado su energía, se detendrá en la ladera y volverá a descender inmediatamente.

En la mecánica ondulatoria las cosas se presentan de una manera completamente distinta. Debemos aquí tener en cuenta la propagación de la onda asociada al corpúsculo. Para esta onda, la montaña de potencial será, y ello se demuestra, lo análogo de un medio refringente en tanto que el potencial sea inferior a la energía disponible del corpúsculo: si la nergía del corpúsculo es superior a la cumbre de la montaña de potencial, pasará fácilmente a la otra pendiente. Hasta aquí no se advierte diferencia respecto a la teoría antigua. Pero si

la energía del corpúsculo es inferior a la de la cumbre de la montaña, toda la parte de la montaña que corresponde a una energía superior a la del corpúsculo desempeña el papel de un medio amortiguador respecto a la onda asociada. Ahora bien, la teoría de las ondas nos enseña que, cuando una onda cae en un medio amortiguador, penetra ligeramente dentro de este medio bajo la forma de una onda evanescente muy rápidamente amortiguada, de tal modo que, si el medio amortiguador tiene un espesor suficientemente pequeño, una fracción de la onda, en verdad generalmente muy débil, puede filtrarse a través del cuerpo amortiguador. Este hecho ha sido perfectamente comprobado en óptica. Si trasladamos estos resultados a nuestro problema de mecánica ondulatoria, vemos que una montaña de potencial suficientemente estrecha podrá ser atravesada hasta por un corpúsculo de energía demasiado débil para permitirle alcanzar la cumbre de la montaña. Con más precisión, el corpúsculo al chocar con la montaña de potencial con una energía demasiado débil para franquear la cumbre, tiene sin embargo una cierta probabilidad, seguramente muy débil en general, pero no nula, de volverse a encontrar sobre la otra vertiente: esto resulta de la interpretación probabilística de la onda asociada y del principio de las interferencias. Este fenómeno tan característico de la mecánica ondulatoria es designado a veces con el nombre pintoresco de *efecto-túnel.*

Supongamos ahora que un corpúsculo esté encerrado en una región limitada en todas partes por montañas de potencial demasiado altas para que pueda franquearlas. Según la mecánica clásica, el corpúsculo estará prisionero para siempre en su cubeta de potencial. Para la mecánica ondulatoria, el corpúsculo tiene cierta probabilidad muy débil de evadirse fuera de la cubeta: hay para él una cierta probabilidad de evasión por unidad de tiempo que las fórmulas de la nueva mecánica permiten calcular.

Y ahora llegamos a la aplicación que Gamow (y casi al mismo tiempo que él Condon y Gurney) ha hecho de las consideraciones referentes al problema de la desintegración de los cuerpos radioactivos. Se sabe que un gran número de cuerpos radioactivos sufren transmutaciones con emisión de rayos α. Los átomos de estos cuerpos radioactivos tienen una cierta probabilidad por unidad de tiempo de transmutarse con emisión de un rayo α. Se puede suponer que los rayos α preexisten en el núcleo del átomo transmutable y se encuentran en él como una cubeta rodeados por una montaña de potencial. Como la ley de Coulomb ha sido verificada alrededor del núcleo hasta una distancia muy pequeña de éste, se conoce la forma de la vertiente exterior de la montaña de potencial. Es muy probable que la ley de Coulomb acabe por dejar de ser exacta a cierta distancia del núcleo: el potencial debe pasar por un máximo y en seguida decrecer, pero la vertiente interior de la montaña es completamente desconocida. Hay un hecho que ha sorprendido mucho a los físicos: los rayos α que salen de los núcleos en transmutación parecen tener una energía demasiado débil para permitirles franquear la montaña de potencial que defiende la entrada del núcleo. En efecto, como se ha podido explorar bastante lejos la vertiente exterior de la montaña, se sabe que la cumbre se eleva ciertamente por encima de una cierta altitud. Ahora bien, los rayos α que salen del núcleo no tienen una energía suficiente para haber podido elevarse hasta esa cumbre. Con las ideas clásicas, se está en un callejón. Pero el efecto-túnel lo explica todo. La partícula α encerrada en el núcleo del cuerpo transmutable está en una cubeta de potencial rodeada de montañas cuya cumbre no puede alcanzar: tiene sin embargo una cierta probabilidad por unidad de tiempo de escapar al exterior, y esta probabilidad es evidentemente igual a la constante de desintegración del cuerpo radioactivo. La mecánica ondulatoria permitiría, pues, si se conociese exac-

tamente la forma de la montaña de potencial que limita el núcleo, calcular las constantes de desintegración de los cuerpos radioactivos por rayos α. Haciendo hipótesis plausibles sobre la forma de estas montañas, Gamow ha demostrado que se consiguen resultados muy aproximados a la realidad.

Uno de los principales éxitos de la teoría de Gamow está en haber explicado la ley de Geiger-Nutall, según la cual la velocidad de emisión de los rayos α es más grande en los elementos de corta vida media que en los elementos de larga vida media. Esta ley se expresa matemáticamente por una relación entre la constante de desintegración y la energía de las partículas α emitidas por transmutación, de cuya relación resulta que la constante de desintegración varía muy rápidamente en función de la energía de las partículas α. Gamow ha demostrado que su teoría explica muy exactamente esta ley. La razón de este acuerdo es fácil de comprender: cuanto más energía falta al corpúsculo prisionero en una cubeta para poder alcanzar la cumbre de las montañas que lo rodean, más pequeña es la probabilidad de su evasión. Y esta probabilidad disminuye muy rápidamente con la energía del corpúsculo prisionero. Como por una parte esta probabilidad es igual a la constante de desintegración y como por otra parte el corpúsculo evadido gracias al efecto-túnel posee la misma energía que antes de su evasión, se encuentra así una relación entre la constante de desintegración y la energía de los corpúsculos α emitidos durante la transmutación. La forma de la ley es la que indica la experiencia, y las hipótesis plausibles sobre el perfil de la montaña de potencial nuclear permiten encontrar un acuerdo numérico.

La teoría de Gamow es ciertamente muy esquemática, pues el núcleo de los elementos pesados radioactivos es seguramente cosa muy complicada y no se reduce a una simple cubeta de potencial conteniendo una par-

tícula α. Sin embargo, el éxito de la teoría de Gamow para la interpretación de ciertos hechos demuestra el valor de las nuevas concepciones de la mecánica ondulatoria y la necesidad de introducir las consideraciones probabilísticas para sortear ciertas dificultades innegables planteadas por los mismos hechos experimentales.

CAPÍTULO IX

LA MECANICA CUANTICA DE HEISENBERG

1: — Las ideas directrices de Heisenberg

La memoria inicial de Heisenberg sobre la mecánica cuántica apareció en 1925, es decir en una fecha intermedia entre la aparición de las primeras ideas de la mecánica ondulatoria y la publicación de las memorias de Schrödinger.

Pero la tentativa de Heisenberg apareció como completamente diferente de la que se perseguía por otra parte. Las ideas que orientaban a Heisenberg no tenían, en efecto, ninguna relación aparente con las que habían producido los primeros progresos de la mecánica ondulatoria y el formalismo a que llegaba tenía un aspecto verdaderamente particular. Comenzaremos por examinar las ideas directrices de Heisenberg.

Heisenberg pertenecía, según hemos visto, a la *escuela de Copenhague* que se había formado en torno a Bohr y había consagrado sus primeros trabajos a las aplicaciones del método de correspondencia. Era, pues, muy natural que el espíritu de este método tan original y profundo impregnara su pensamiento. Ahora bien, una de las ideas esenciales que se desprenden del estudio del principio de correspondencia es la siguiente: mien-

tras que la teoría clásica expresa las magnitudes ligadas a un sistema cuantificado bajo forma de desarrollo, en serie de Fournier donde cada término corresponde a emisiones de radiaciones continuas y simultáneas, la teoría cuántica descompone las mismas magnitudes en elementos que corresponden a las diversas transiciones cuánticas de que es susceptible el átomo, estando ligado cada uno de estos elementos a un acto discontinuo e individual de emisión de radiación. Como hemos explicado anteriormente, la finalidad del famoso principio de Bohr consiste en establecer una *correspondencia* por los menos asintótica entre estos dos modos de representación tan distintos. Lo que parece haber impresionado a Heisenberg es que, pasando del punto de vista clásico al punto de vista cuántico, es preciso romper todas las magnitudes físicas y reducirlas a elementos distintos que correspondan a las diversas transiciones posibles del átomo cuantificado. De ahí la idea, tan desconcertante al principio, de representar cada magnitud física unida al átomo por un cuadro de números análogo a lo que los matemáticos llaman una matriz. Se pulverizan, en cierto modo, las series de Fourier de la representación clásica en una infinidad de elementos discretos, y el conjunto de estos elementos continúa representando la magnitud considerada. Entiéndase bien, estos elementos deberán estar sometidos a reglas tales que, para los grandes números cuánticos, y al establecerse la correspondencia demostrada por Bohr entre las diversas transiciones y las componentes de la serie de Fourier clásica, se llegue a una coincidencia asintótica.

Heisenberg veía también otra ventaja en adoptar esta representación tan nueva de las magnitudes por el conjunto de los elementos de una matriz; pensaba así realizar la eliminación de las magnitudes inobservables de las cuales las teorías cuánticas anteriores estaban abarrotadas. Para emplear un vocablo bastante gráfico del lenguaje filosófico, adoptaba una actitud estric-

tamente *fenomenológica* y quería eliminar de la teoría física todo aquello que no corresponde a fenómenos observables. ¿A qué introducir en nuestras teorías del átomo la posición, la velocidad o la trayectoria de los electrones en el átomo, puesto que estos elementos no son susceptibles ni de observación, ni de medida? Lo que nosotros conocemos del átomo, son sus estados estacionarios, sus transiciones entre estados estacionarios y las radiaciones que están ligadas a estas transiciones. No es preciso introducir en los cálculos más que elementos enlazados a estas realidades observables. Éste es el programa que Heisenberg quiere realizar. En sus matrices, los elementos están dispuetos en líneas y en columnas, y cada uno de ellos está especificado por dos índices que son el número de la línea y el número de la columna. Los elementos diagonales, es decir aquellos cuyos dos índices son iguales, corresponden a un estado estacionario. Los elementos no diagonales cuyos dos índices son diferentes, corresponden a la transición entre los estados estacionarios definidos por estos índices. En cuanto al valor mismo de los elementos, estará vinculado, por fórmulas inspiradas en el principio de correspondencia, a las magnitudes que caracterizan las radiaciones emitidas en el momento de las transiciones. Y así se realizará una representación en la cual todo corresponderá a fenómenos observables.

Evidentemente se puede preguntar si Heisenberg ha conseguido realmente eliminar todo aquello que no es observable. La presencia en el formalismo de su mecánica cuántica de matrices que representan las coordenadas y las cantidades de movimiento de los electrones atómicos puede dar lugar a dudas a este respecto. Pero la vigorosa tentativa de Heisenberg si no realiza completamente el programa filosófico de su autor, ha llegado a la constitución de una mecánica nueva de aspecto muy curioso, que conduce a notables resultados y constituye una etapa esencial en el desarrollo de las nuevas teorías cuánticas.

2. — La mecánica cuántica

Es muy difícil de exponer, aunque sea superficialmente, la mecánica cuántica sin servirse del formalismo matemático, pues puede decirse que lo esencial de esta nueva mecánica consiste precisamente en su formalismo. Vamos a tratar de dar aquí, no obstante, una vaga idea de lo que es esta mecánica cuántica, esta mecánica de las matrices, cuyo origen se debe a Heisenberg, y cuyo desarrollo se debe a él mismo y también a Bohr y Jordan.

Heisenberg parte, por consiguiente, de la idea de sustituir las magnitudes físicas que se consideran usualmente en la teoría del átomo por cuadros de números: las matrices. Guiado por el método de correspondencia, trata primero de establecer las reglas de suma y multiplicación de las diversas matrices, cada una de las cuales es considerada como un ente matemático único. Encuentra que estas reglas de adición y de multiplicación son exactamente las mismas que las de las matrices que los matemáticos estaban acostumbrados a utilizar en la teoría de las ecuaciones algebraicas, o en la de las sustituciones lineales. Este resultado, que en modo alguno era evidente *a priori*, simplificaba mucho las cosas, pues las propiedades de las matrices algebraicas son muy conocidas desde hace mucho tiempo. Una propiedad singular de la matrices es que para ellas la multiplicación no es conmutativa: depende del orden de los factores. El producto de una primera matriz por una segunda no es igual al producto de la segunda por la primera. Heisenberg representa, pues, las magnitudes físicas por números que no gozan de la propiedad de tener una multiplicación conmutativa. Se ha podido considerar este hecho como la base misma de la mecánica cuántica, y Dirac en sus primeros trabajos ha adoptado este punto de vista: para él, el paso de la física clásica a la física cuántica se hace *sencilla-*

mente representando las magnitudes físicas no ya por números ordinarios, sino por *números cuánticos* cuya multiplicación no es conmutativa. Muchos físicos han encontrado en esa época que el cambio no era precisamente simple.

Heisenberg debía necesariamente introducir en alguna parte de su teoría el cuanto de acción. Para eso también él partió de la consideración de la manera como la constante h fué introducida en las ecuaciones clásicas por la antigua teoría de los cuantos y buscó trasponer por correspondencia esta introducción de h en su nueva mecánica. El resultado es muy preciso aunque un poco sorprendente al principio. Se debe establecer que en el producto de la matriz correspondiente a una coordenada por la matriz correspondiente a la componente conjugada de la cantidad de movimiento, el orden de los factores no es indiferente, y que las diferencias entre el producto efectuado al colocar los dos factores en un cierto orden y el producto efectuado al colocarlos en el orden inverso, es igual a la constante de Planck multiplicada por una constante numérica. Todas las demás variables canónicas de la mecánica cuántica se conmutan, es decir, que su producto no depende del orden de los factores. Es solamente, cuando se considera el producto de dos magnitudes canónicamente conjugadas en el sentido de la mecánica analítica, que no se verifica la conmutación y que la diferencia de los resultados está medida por la magnitud h. En los fenómenos macroscópicos en los cuales h es insignificante, se podrán considerar conmutativas todas las magnitudes mecánicas y se reencontrará la mecánica clásica, como era necesario. Esta manera de introducir la constante de Planck por las relaciones de no-conmutación, aunque natural desde el punto de vista adoptado por Heisenberg, puede parecer un poco singular. Más adelante veremos la interpretación en mecánica ondulatoria.

Habiendo precisado así las propiedades de las matrices que empleaba para la representación de las magnitudes físicas, Heisenberg debía buscar las ecuaciones que representan la evolución en el tiempo de esas matrices: en otros términos, debía constituir su dinámica. Esto es lo que hizo, admitiendo atrevidamente que las matrices obedecían a ecuaciones de forma idéntica a las de la mecánica clásica. Según esta hipótesis, se pueden escribir para las matrices las ecuaciones canónicas de Hamilton. Esta identidad de las ecuaciones dinámicas es, por otra parte, más aparente que real, pues, en dinámica clásica, las magnitudes que figuran en las ecuaciones son números ordinarios mientras que en la mecánica de Heisenberg, son matrices: de donde se deducen importantes diferencias. Sea lo que fuere, se puede demostrar que las ecuaciones canónicas de la mecánica cuántica permiten volver a hallar el principio de conservación de la energía, y que están de acuerdo con la ley de las frecuencias de Bohr. Además, para los sistemas atómicos, estas ecuaciones, por razones que no podemos desarrollar, no pueden ser satisfechas más que para ciertos valores particulares de la energía. Se vuelve a hallar así la existencia de los estados estacionarios de energía cuantificada, y se posee un método de cálculo para estas energías. Aplicando este método a los tipos más clásicos de sistemas cuantificados, Heisenberg y sus émulos calcularon las energías cuantificadas del oscilador lineal, del átomo de hidrógeno, etc. A menudo lograron resultados de acuerdo con los de la antigua teoría de los cuantos, pero a veces bastante diferentes. Para el oscilador lineal, por ejemplo, se obtiene en lugar de la ley de los cuantos enteros admitida por Planck, la ley de los medio-cuantos de la cual hemos dicho ya que parecía estar más de acuerdo con los hechos.

Mientras que entusiasmados por los resultados tan interesantes de la mecánica cuántica, por el rigor y la precisión de su formalismo, una multitud de teóricos se lanzaba sobre las huellas de Heisenberg, aportándole nuevas y preciosas contribuciones, Schrödinger publicó

sus memorias y constató con asombro que el método de cuantificación de la mecánica ondulatoria conducía a los mismos resultados que el método de inspiración, tan diferente, de la mecánica cuántica. Tuvo la intuición de que este hecho no podía ser puramente fortuito y consiguió explicarlo en una hermosa memoria que vamos a analizar ahora.

3. — Identidad de la mecánica cuántica y de la mecánica ondulatoria

La idea directriz de Schrödinger en su memoria ha sido que debe ser posible construir, con ayuda de las funciones de onda de la mecánica ondulatoria, magnitudes que tengan las propiedades de las matrices de la mecánica cuántica. La mecánica cuántica aparecerá entonces como un método que permitirá calcular estas magnitudes y razonar directamente sobre ellas, sin pasar explícitamente por el intermediario de las funciones de onda. La identidad de las dos formas de la nueva mecánica se encontrará entonces demostrada.

La mecánica ondulatoria, cuando trata un problema de cuantificación, determina las diversas ondas estacionarias del sistema considerado y calcula las funciones de onda correspondiente. Se llama a estas funciones las *funciones propias* del sistema: éstas forman una sucesión que supondremos aquí discontinua, como sucede efectivamente en muchos casos importantes. Supongamos que consideramos todas las maneras de acoplar dos a dos todas las funciones propias. Obtendremos así dos clases de parejas: las que corresponden a la combinación de una función propia con ella misma, y las que corresponden a la combinación de una función propia con una función propia diferente. Las primeras van unidas a un estado estacionario único: las segundas están unidas a dos estados estacionarios diferentes y pueden, por consiguiente, ser consideradas como uni-

das a la transición entre estos dos estados estacionarios. Obtendremos, pues, por combinaciones de dos en dos de funciones propias, una serie de elementos que se pueden hacer corresponder uno a uno a los elementos de una matriz de Heisenberg. Pero como según Heisenberg, corresponde a cada magnitud una matriz diferente, es preciso que formemos de manera diferente para cada magnitud nuestras combinaciones de funciones propias.

Aquí interviene una idea esencial cuya importancia comprenderemos mejor todavía en el próximo capítulo. Esta idea esencial es que hay que hacer corresponder a toda magnitud física un cierto símbolo de operación, un cierto operador. Hemos visto ya que Schrödinger, para formar por un procedimiento en cierto modo automático la ecuación de propagación de la onda asociada a un corpúsculo, se vió obligado a reemplazar las componentes de la cantidad de movimiento por operadores proporcionales a las derivadas respecto a las coordenadas conjugadas, conteniendo el factor de proporcionalidad la constante h. Es también natural admitir que a cada coordenada corresponde la operación *multiplicación por esta coordenada.* Como todas las magnitudes mecánicas ligadas a un corpúsculo pueden expresarse con la ayuda de las coordenadas y de las componentes de la cantidad de movimiento (momentos conjugados de Lagrange), las dos reglas precedentes permiten encontrar el operador correspondiente a una magnitud mecánica cualquiera unida a un corpúsculo. Si se forma el operador correspondiente a la energía, se vuelve a hallar el operador hamiltoniano que sirve para formar la ecuación de propagación. Generalizando esta correspondencia, establecemos en principio que a toda magnitud física está unido un operador y hacemos de este principio una de las bases de la nueva mecánica.

Y ahora estamos en condiciones de comprender bien cómo Schrödinger ha construído las matrices que quería

identificar con las de la mecánica cuántica. Sea una cierta magnitud mecánica unida a un corpúsculo y el operador que le corresponde, operador que nosotros sabemos formar. A cada par de funciones propias del sistema considerado, podemos asociar entonces una magnitud formada de la forma siguiente: se aplica el operador en cuestión a una de las funciones del par, se multiplica el resultado por la cantidad compleja conjugada de la otra función y se integra en todo el espacio. Repitiendo la misma operación para todos los pares de funciones propias, se obtiene un conjunto de elementos, los unos unidos a un estado estacionario único, los otros a dos estados estacionarios, es decir a una transición. Se puede disponer estos elementos en un cuadro en que los elementos de la primera clase están colocados sobre la diagonal (elementos diagonales). Cada magnitud mecánica engendra así una matriz, y la cuestión consiste ahora en saber si estas matrices derivadas de la mecánica ondulatoria pueden ser identificadas con las de la mecánica cuántica.

La respuesta a esta cuestión es afirmativa. Schrödinger ha demostrado primero que las matrices formadas por el procedimiento indicado satisfacen, lo mismo que las de Heisenberg , a las reglas de adición y de multiplicación de las matrices algebraicas. Además, la manera un poco extraña por la cual la constante de Planck se introdujo en mecánica cuántica, se interpreta inmediatamente con las concepciones de Schrödinger. El producto de los dos operadores no es, en efecto, conmutativo: el resultado obtenido depende, en general, del orden de las operaciones. Sin embargo, en la mayoría de los casos, dos operadores correspondientes a magnitudes mecánicas son conmutables: sin embargo, hay una excepción cuando estas magnitudes son una coordenada y la componente conjugada de la cantidad de movimiento, pues el operador correspondiente a esta última magnitud es proporcional a la derivada con respecto a la coordenada conjugada, y la operación

derivada con respecto a una variable no puede conmutarse con la operación *multiplicación por esta variable* como se ve muy fácilmente. Las reglas de no-conmutación dadas por Heisenberg resultan inmediatamente. Sólo resta, pues, para terminar la identificación, mostrar que las matrices formadas con ayuda de las funciones de onda obedecen a las ecuaciones canónicas de la mecánica cuántica. Esto es lo que sucede: estas ecuaciones canónicas expresan precisamente (Schrödinger lo ha demostrado) que las funciones de onda con ayuda de las cuales las matrices han sido construídas, satisfacen a la ecuación de propagación de la mecánica ondulatoria. En una palabra, las ecuaciones canónicas de la mecánica cuántica son equivalentes a la ecuación de propagación de la mecánica ondulatoria.

Así, las dos formas de la nueva mecánica se encuentran conducidas la una a la otra, y no es ya sorprendente que conduzcan a los mismos resultados en los problemas de cuantificación. El método de la mecánica cuántica, que razona directamente sobre las matrices sin pasar por el intermediario de las funciones de onda, es más compacto y conduce a menudo más rápidamente a los resultados que se buscan. Pero el método de la mecánica ondulatoria, más adaptado a la intuición de los físicos y más de acuerdo con sus hábitos, parece al principio más fácil y de manejo más cómodo. De hecho, la mayoría de los físicos se sirven del método ondulatorio y calculan utilizando explícitamente las funciones de onda.

4. — El principio de correspondencia en la nueva mecánica

La nueva mecánica ha permitido dar al principio de correspondencia una forma más precisa y menos sujeta a críticas que aquella de que era susceptible en el marco de la antigua teoría de los cuantos. Hemos visto

cómo Bohr intentó servirse de los desarrollos en serie de Fourier, del momento eléctrico correspondiente en la imagen clásica al estado inicial o al estado final de una transición cuántica para prever la polarización y la intensidad de la radiación unida a esta transición. Para el caso de los grandes números cuánticos, el método se desarrolla de una manera satisfactoria y sin ambigüedad; pero en el caso, único importante en la práctica, de los números cuánticos medios o pequeños, se cae en dificultades y en ambigüedades. Por el contrario, con la nueva mecánica, se obtiene en seguida una manera de aplicar el principio de correspondencia perfectamente definida. En efecto, a cada componente del momento eléctrico corresponde una matriz en la cual un elemento y sólo uno está ligado a cada transición. Considerando el elemento de matriz que corresponde a una cierta transición como siendo la amplitud de la componente considerada del momento eléctrico para esta transición, se puede, sirviéndose de fórmulas calcadas sobre las fórmulas clásicas, obtener una previsión perfectamente precisa y unívoca de la radiación ligada a esa transición. Seguramente, queda en este método un elemento un poco hipotético, y es la posibilidad de emplear fórmulas de tipo clásico para calcular las intensidades, pero ahí está uno de los postulados esenciales del método de correspondencia. Admitida esta hipótesis, nada queda de impreciso o de arbitrario en la aplicación del principio de correspondencia.

Esta forma precisa del principio de correspondencia ha sido enunciada por Heisenberg en sus estudios sobre la mecánica de las matrices. Ha sido trasladada al lenguaje de la mecánica ondulatoria por Schrödinger. El eminente físico ha propuesto, incluso, una especie de imagen concreta para explicar el papel que desempeñan los elementos de la matriz en el cálculo de la radiación. En el átomo, el electrón no puede ser ya considerado como localizado en cada instante. Tiene solamente una cierta probabilidad de encontrarse en tal o cual punto,

proporcional según el principio de las interferencias, al cuadrado del módulo de la función de onda. Esto permite considerar al electrón como en cierto modo fundido en el átomo y su carga eléctrica como repartida de un modo continuo en promedio. Según Schrödinger, se podría aplicar el principio de correspondencia diciendo que todo pasa como si esta distribución media de electricidad (que varía con el tiempo), irradiara según las leyes clásicas. En primer lugar esta interpretación parece muy satisfactoria, pues permite volver a hallar las leyes de las frecuencias de Bohr; pero, cuando se examina de cerca, se advierte que suscita graves dificultades y que debe ser rechazada. En realidad, el proceso de la emisión por transiciones cuánticas es demasiado discontinuo en su esencia para que se pueda representar exactamente por la emisión efectuada según las leyes clásicas por una distribución de electricidad, incluso ficticia. La sola interpretación verdaderamente correcta del papel desempeñado por los elementos de la matriz, es decir, de acuerdo con las ideas que hemos expuesto a propósito del principio de correspondencia: los elementos de la matriz permiten calcular la probabilidad que posee un estado, de sufrir en la unidad de tiempo una cierta transición cuántica.

El principio de correspondencia de la nueva mecánica ha permitido calcular las intensidades y polarizaciones de las rayas espectrales y, en particular, volver a hallar las reglas de selección. Ha permitido también estudiar un gran número de problemas de interacciones entre la materia y la radiación, entre los cuales no citaré más que el problema de la difusión de la luz y el de la dispersión. Se ha podido volver a encontrar exactamente la fórmula de Kramers-Heisenberg, ya obtenida por consideraciones aproximadas de correspondencia.

La aplicación del método de correspondencia al estudio de las interacciones entre la materia y la radiación, ha dado resultados muy satisfactorios, y contiene

ciertamente una gran parte de verdad. Sin embargo, es imposible no notar que empleando sistemáticamente las fórmulas de electromagnetismo convenientemente trasladadas, se desconoce constantemente la naturaleza granular de la luz. En realidad, la difusión de la luz por un átomo debería ser tratada como un problema de choque entre un fotón y un átomo; choque estudiado desde luego por los métodos de la mecánica ondulatoria. Para llegar a considerar la cuestión bajo este aspecto, es preciso intentar introducir los fotones en la onda electromagnética y más generalmente cuantificar el campo electromagnético. Volveremos a hablar de los esfuerzos que se han hecho en ese sentido.

CAPÍTULO X

LA INTERPRETACIÓN PROBABILÍSTICA DE LA NUEVA MECÁNICA

1. — Ideas generales y principios fundamentales

Hemos visto ya desempeñar un gran papel a las consideraciones de probabilidad en las primeras interpretaciones físicas de la mecánica ondulatoria. Se veía apuntar allí una teoría general que atribuiría a todas las previsiones de la nueva mecánica un carácter probabilístico. Esta teoría, muy nueva por su aspecto, se ha impuesto poco a poco a la atención de todos los físicos, derribando muchas ideas clásicas. Se puede decir que es adoptada hoy por todos. Hasta por aquellos que la creen provisoria y que no han renunciado a la esperanza de volver un día a concepciones más clásicas. Es esta teoría la que queremos exponer en este capítulo.

Partiremos de la idea muy banal en apariencia, de que para conocer exactamente el valor de una magnitud física, es preciso medirla. Y para medirla, es necesario siempre cierto dispositivo que impone en cierto modo a esta magnitud, al revelarse con tal o cual valor preciso. En la física clásica, se admitía *a priori* que se podía siempre, gracias a precauciones apropiadas, efec-

tuar las medidas de manera de no turbar apreciablemente el estado anterior a la medida. En estas condiciones, la medida sólo constata un estado existente, y no aporta ningún elemento nuevo. En la escala macroscópica, el postulado implícitamente admitido por la física clásica es exacto. Un experimentador hábil, puede estudiar siempre en este dominio cuantitativamente un fenómeno, sin introducir en él perturbación notable. Esto resulta de que se puede entonces disminuir las perturbaciones producidas por las operaciones de medida suficientemente para hacerlas despreciables con respecto a las magnitudes a medir. En la escala microscópica, por el contrario, la existencia del cuanto de acción tiene como consecuencia que no se puede disminuir indefinidamente las perturbaciones que intervienen en las operaciones de medida, y, por tanto, cada medida perturba de un modo importante el fenómeno a estudiar. Estas ideas se precisarán cuando estudiemos un poco más adelante los ejemplos que han sido propuestos, especialmente por Bohr y Heisenberg, en apoyo de las relaciones de incertidumbre. Por ahora, nos basta con haber hecho la observación de que en modo alguno es evidente que una operación de medida nos revele pura y simplemente el estado preexistente; puede suceder muy bien que la operación de medida tenga por resultado crear un estado nuevo extrayendo del estado preexistente una de las posibilidades contenidas en él. Y debemos tratar de formular de una manera precisa el papel de la medida concebida con arreglo a este nuevo modo.

Para realizar este programa, es útil reflexionar sobre ciertas experiencias clásicas en óptica física. También aquí, es partiendo de la dualidad de los fotones y de las ondas luminosas como podremos con más probabilidad desentrañar las cosas. Vamos, pues, a examinar una experiencia muy corriente: el análisis espectral de un haz de luz complejo con ayuda de un prisma (o de una red). El efecto del dispositivo empleado consiste,

entonces, como se sabe desde Newton, en separar los diversos componentes monocromáticos contenidos en la luz incidente. Se ha discutido mucho en el siglo XIX la cuestión de saber si los componentes monocromáticos aislados por el prisma existían en la luz incidente o eran creados por la acción del prisma. Ninguna respuesta completamente satisfactoria fué dada a esta cuestión, y al fin de cuentas la actitud más prudente consistía en decir: los componentes monocromáticos existen virtualmente, en cierto modo en estado potencial, en la luz incidente. Nosotros vamos a ver cómo esta opinión ha sido confirmada por los análisis de naturaleza cuántica de los cuales vamos a hablar. Vamos, en efecto, a tratar de introducir la idea de fotón en la interpretación de la dispersión por un prisma. Desde este punto de vista, diremos que por la acción del prisma los fotones incidentes se reparten en grupos de color bien determinado: el prisma extrae del haz incidente fotones rojos, amarillos o azules. Pero se puede suponer la experiencia realizada con haces bastante poco intensos para que los fotones lleguen unos tras otros al prisma. Cada fotón está asociado a la onda luminosa incidente que, por hipótesis, no es monocromática. No se puede, pues, atribuir al fotón incidente una frecuencia bien determinada, ni en consecuencia una energía bien determinada por la relación de Einstein; el fotón incidente tiene, en cierto modo, varias frecuencias posibles, a saber: aquellas que figuran en la descomposición espectral de la onda luminosa asociada. Pero, a la salida del prisma, se puede recoger el fotón incidente en uno de los haces monocromáticos aislados por la acción del prisma. El prisma nos aparece, por tanto, ahora, como un dispositivo que permite la medida de la frecuencia (o de la energía) de los fotones: este dispositivo tiene por efecto extraer del estado preexistente una de las posibilidades que estaban contenidas en él. Lo que nosotros debemos buscar entonces es evaluar la probabi-

lidad para que la acción del prisma imponga al fotón incidente tal o cual color determinado. La teoría de las ondas nos suministra inmediatamente una respuesta cuantitativa. La onda incidente puede representarse por un desarrollo de Fournier en que cada componente monocromático posee cierta amplitud. El efecto del prisma consiste en separar estos componentes monocromáticos conservándoles sus amplitudes, y la energía luminosa que cae sobre el prisma se divide a la salida entre los diferentes haces monocromáticos emergentes, proporcionalmente a los cuadrados de las amplitudes, a las intensidades de los diversos componentes de Fourier. Debemos, pues, decir que la probabilidad para que un fotón posea tal frecuencia después de atravesar el prisma, es proporcional a la intensidad parcial correspondiente a esta frecuencia en el desarrollo de Fourier de la onda luminosa incidente.

Las consideraciones que preceden, trasladadas a la mecánica ondulatoria y generalizadas, permiten comprender el origen de la teoría probabilística general que vamos a exponer ahora.

La nueva mecánica hace, como hemos visto en uno de los últimos parágrafos, corresponder a cada magnitud mecánica un cierto operador que se sabe formar en cada caso. Los operadores en cuestión pertenecen todos a la clase de los operadores lineales y hermitianos. La teoría matemática de los valores propios de la cual hemos tenido ocasión de hablar ya, permite hacer corresponder a estos operadores valores propios y funciones propias. Porque los operadores son hermitianos, los valores propios son constantes reales que forman una sucesión continua, discontinua o mixta y que constituyen el *espectro* del operador. Las funciones propias forman, por lo menos en el caso general, un sistema completo de funciones de base, es decir que una función continua cualquiera, puede ser desarrollada en serie según esas funciones propias. Estas propiedades de los valores propios y de las funciones propias, las hemos encon-

trado ya para los valores propios y las funciones propias del operador hamiltoniano en el método de cuantificación de Schrödinger. En este método, como hemos visto, se admite que los únicos valores posibles de la energía de un sistema cuantificado son los valores propios del operador hamiltoniano que corresponde a su energía. Generalizando esta idea, la teoría probabilística general de la mecánica ondulatoria admite el primer postulado fundamental siguiente, que se puede llamar *el principio de cuantificación*:

La medida exacta de una magnitud mecánica no puede suministrar como valor de esta magnitud más que uno de los valores propios del operador correspondiente.

Este postulado fija en cada caso los valores posibles de una magnitud mecánica. Es preciso evidentemente completarla por un segundo postulado que nos diga cuáles son, para un corpúsculo cuyo estado inicial se conoce antes de la medida, las probabilidades respectivas de los diversos valores posibles, es decir las probabilidades de los diversos resultados posibles de la medida. Ahora bien, el estado inicial del corpúsculo antes de la medida, y que se supone conocido, es representado en la mecánica ondulatoria por una cierta onda Ψ. Es esta onda Ψ la que golpea el dispositivo de medida. La analogía con el análisis espectral por un prisma nos indica entonces el segundo postulado que debe adoptarse. La onda Ψ puede en efecto descomponerse en serie según las funciones propias correspondientes a la magnitud física a medir. Estamos conducidos naturalmente a pensar que los cuadrados de las amplitudes de los componentes en esta descomposición espectral medirán las probabilidades relativas de los diversos valores posibles. Así podemos enunciar un segundo postulado fundamental que es lícito llamar *el principio de descomposición espectral generalizado*:

Las probabilidades respectivas de los diferentes valores posibles de una magnitud mecánica unida a un corpúsculo del cual se conoce la onda Ψ son proporcionales a los

cuadrados * *de las amplitudes de los componentes correspondientes en la descomposición especial de la onda* Ψ *según las funciones propias de la magnitud considerada.*

Resulta evidente que este segundo principio contiene como caso particular el principio de descomposición espectral debido a Bohr del cual hemos hablado ya y que se aplica a la magnitud *energía*. Es mucho menos evidente que este principio contiene también como caso particular lo que nosotros hemos llamado el principio de las interferencias. Sin embargo, un razonamiento que yo no puedo reproducir aquí, muestra que aplicando el principio de descomposición espectral generalizado a las magnitudes *coordenadas* del corpúsculo, se vuelve a hallar el principio de las interferencias. Así, los dos principios que nosotros habíamos introducido en el penúltimo capítulo para ayudar a la interpretación física de la mecánica ondulatoria resultan ser casos particulares del segundo postulado fundamental de la teoría general. Los dos postulados fundamentales que hemos enunciado en el presente parágrafo son suficientes, pues, para servir de base a una interpretación probabilística completa y coherente de la nueva mecánica. Evidentemente, existen pequeñas cuestiones secundarias de las cuales no podemos hablar aquí: para obtener las probabilidades en valor absoluto, es preciso *normalizar* las funciones propias y la función Ψ; para tener en cuenta los casos de degeneración en los cuales hay valores propios múltiples es preciso completar el enunciado del segundo postulado, etc. Pero éstos son detalles, y el conjunto de la teoría se establece de una manera lógicamente satisfactoria.

Y ahora, queremos salir al paso de una objeción que más de un lector se habrá formulado al leernos. Esta interpretación probabilística de la nueva mecánica, se dice sin duda el lector, es tal vez muy bella y muy coherente, pero ¿no es un poco arbitraria? ¿Por qué buscar concepciones tan complicadas y tan contrarias a los

* Más rigurosamente *a los cuadrados de los módulos.*

hábitos de la mecánica clásica? A esto contestaremos que la interpretación probabilística que acabamos de exponer a grandes rasgos aparece hoy como la única posible. Queremos decir con esto que sólo ella permite en la hora actual explicar el conjunto de los fenómenos cuánticos en el marco, impuesto por la experiencia, de la mecánica ondulatoria. Ninguna de las tentativas hechas en otro sentido ha tenido éxito; el autor de este libro lo sabe mejor que ningún otro, pues ha hecho tentativas de ese género a las cuales tuvo que renunciar finalmente en razón de las dificultades insuperables que encontró.

En suma, los postulados fundamentales enunciados antes, están justificados por la posibilidad de fundar sobre ellos una teoría coherente, compatible con todos los hechos experimentales, y por la imposibilidad de hallar otro sistema que posea las mismas cualidades. En realidad, todas las teorías físicas se han justificado siempre por razones de este género, pues en la base de toda teoría física hay postulados arbitrarios, y el éxito de estos postulados legitima su empleo.

En los parágrafos siguientes precisaremos las diferencias que separan la interpretación probabilística de la nueva mecánica de las teorías clásicas, y nos limitaremos a señalar que los principios estudiados en este parágrafo han adquirido una forma más abstracta y todavía más general en los trabajos de sabios tales como Dirac y Jordan, bajo el nombre de teoría de las transformaciones. El carácter muy matemático de estos desarrollos no nos permite insistir en ellos.

2. — Las relaciones de incertidumbre

La interpretación física de la nueva mecánica entraña muy interesantes e importantes consecuencias sobre las cuales el primero en llamar la atención ha sido Heisenberg. Estas consecuencias se expresan matemática-

mente por las desigualdades bien conocidas hoy con el nombre de relaciones de incertidumbre. Heisenberg había justificado estas desigualdades fundándose en las relaciones de no conmutabilidad de su nueva mecánica cuántica. Nosotros nos apoyaremos aquí para explicar su sentido sobre la imagen que nos suministra la mecánica ondulatoria: mostraremos que ellas resultan necesariamente de la interpretación física admitida con anterioridad para esta mecánica, si se supone que el estado de un corpúsculo es siempre representable por una onda Ψ. Consideremos primero una onda plana monocromática asociada a un corpúsculo libre. Sabemos que a esta onda plana corresponde un estado de movimiento perfectamente determinado y por tanto un vector *cantidad de movimiento bien definido*. Esto es lo que se expresa diciendo: el estado examinado constituye un *caso puro* para la cantidad de movimiento y por tanto para la energía. Pero una onda plana monocromática tiene una amplitud constante en todo el espacio, y el principio de las interferencias nos obliga entonces a decir que la posición del corpúsculo está completamente indeterminada, ya que su probabilidad de encontrarse en cualquier punto del espacio es la misma. Constatamos así que una determinación completa del estado de movimiento del corpúsculo entraña, según los principios de la nueva mecánica, una indeterminación total de su posición en el espacio. Pero, naturalmente, el caso en que la onda Ψ asociada a un corpúsculo libre es plana y monocromática es un caso muy particular: en general esta onda Ψ formará un tren de ondas constituído por la superposición de un cierto número de ondas planas monocromáticas. Las dimensiones del tren de ondas podrán entonces ser limitadas y la posición del corpúsculo estará mejor determinada puesto que se encontrará necesariamente en la región ocupada por el tren de ondas, única región donde la amplitud es diferente de cero. Aquí interviene una propiedad de la representación matemática de un tren de ondas por un desarrollo en integral

de Fourier. Esta propiedad, consiste en que, cuanto más pequeñas son las dimensiones de un tren de ondas, más extenso es el intervalo espectral ocupado por los componentes de su descomposición de Fourier. Empleando términos más sugestivos puede decirse que cuanto menos extenso es un tren de ondas, es menos monocromático. Resulta entonces evidente, invocando los dos principios de las interferencias y de descomposición espectral, que el estado de movimiento de un corpúsculo es tanto más incierto cuanto mejor definida está su posición. Lo que se ha ganado por un lado, se pierde por el otro. En fin, podemos pasar al caso límite que es equivalente al de la onda plana monocromática. Para esto, nos imaginamos un tren de ondas Ψ de dimensiones infinitamente pequeñas. La posición del corpúsculo asociado es conocida entonces exactamente y nos encontraremos ante un caso puro para la posición. Pero en este caso límite, la representación del tren de onda no puede hacerse más que por una integral de Fourier extendida a todo el conjunto de las ondas planas monocromáticas posibles, y nuestros principios fundamentales nos obligan a decir que el estado de movimiento es completamente indeterminado. Así, un conocimiento preciso de la posición implica una ignorancia completa del estado de movimiento. Nuestra conclusión general es, por consiguiente, que los principios fundamentales que sirven de base a la interpretación física de la mecánica ondulatoria, unidos al mecanismo de la representación de un tren de ondas por una superposición de ondas monocromáticas, entraña la imposibilidad de conocer a la vez con precisión la posición y el estado de movimiento de un corpúsculo.

Acabamos de exponer de una manera un poco cualitativa para hacerlo más fácilmente comprensible, el razonamiento que conduce a las relaciones de incertidumbre de Heisenberg. Desarrollado más rigurosamente, este razonamiento conduce al resultado siguiente: el producto de la incertidumbre sobre una coordenada por la incerti-

dumbre sobre la componente correspondiente de la cantidad de movimiento, es siempre por lo menos del orden de magnitud de la constante h de Planck. Así se obtienen las desigualdades anunciadas. Éstas muestran que no se puede conocer a la vez con precisión una coordenada del corpúsculo y la componente correspondiente de la cantidad de movimiento, y que si la incertidumbre sobre una de las dos magnitudes conjugadas es muy pequeña, la incertidumbre sobre la otra es muy grande.

Las relaciones de incertidumbre son, repitámoslo, una consecuencia necesaria de la posibilidad de hacer corresponder al estado de un corpúsculo una cierta onda asociada por una parte, y de los principios generales de interpretación probabilística por la otra. Pero resulta necesario, después de los razonamientos indicados, mostrar que ninguna medida podrá conducir a conocer la posición y el movimiento de un corpúsculo con más precisión de lo que permiten las relaciones de incertidumbre; sin lo cual, se evidenciaría como imposible el poder siempre representar el estado de un corpúsculo por una cierta onda asociada. Finos y profundos análisis de los procedimientos de medida han permitido a Eisenberg y a Bohr demostrar que efectivamente ninguna medida puede conducir a resultados en desacuerdo con las relaciones de incertidumbre. Y esto proviene, como vamos a verlo, de la existencia de dos discontinuidades esenciales y muy probablemente ligadas una a la otra: el cuanto de acción por una parte y la estructura discontinua de la materia y de la radiación por la otra.

Para hacer comprender por qué la experiencia no puede suministrar más precisión de lo que suponen las relaciones de incertidumbre, supongamos que se busca localizar con precisión un corpúsculo. La manera más fina de qué disponemos para explorar el espacio en pequeña escala, es el empleo de las radiaciones de corta longitud de onda. Este método, mucho más preciso que todos los métodos mecánicos, nos permitirá distinguir dos puntos del espacio cuya distancia es por lo menos

del orden de la longitud de onda. Para determinar la posición exacta del corpúsculo, debemos emplear una radiación cuya longitud de onda deberá ser tanto más corta cuando más precisión se desee. Pero aquí interviene la existencia de un cuanto de acción bajo la forma de los cuantos de radiación. Cuanto más disminuyamos la longitud de onda de la radiación exploradora, más aumentaremos su frecuencia y por tanto la energía de sus fotones, y en consecuencia la cantidad de movimiento que estos fotones pueden ceder al corpúsculo estudiado. El dispositivo de medida destinado a la determinación exacta de la posición no nos enseñará nada sobre el intercambio de cantidad de movimiento experimentado por el corpúsculo durante la medida, de manera que el estado de movimiento final del corpúsculo, una vez efectuada la medida, será tanto más incierto cuanto mejor haya sido precisada la posición. Y haciendo cuantitativa la discusión que precede, se vuelven a hallar las relaciones de incertidumbre. Se pueden imaginar inversamente mediciones del estado de movimiento: por ejemplo, se puede tratar de determinar la velocidad de un electrón estudiando la luz que él difunde en efecto Doppler. Se llega nuevamente a la conclusión de que cuanto más permite el dispositivo fijar con precisión el estado de movimiento del corpúsculo, más incierta es la posición de éste una vez efectuada la medida, y las relaciones de incertidumbre son otra vez la traducción matemática de este hecho. No podemos desarrollar aquí al pormenor los numerosos ejemplos aducidos por Bohr, Heisenberg y otros autores, pues esto requiriría figuras y fórmulas. Estos ejemplos son convincentes y parece que hoy la mayoría de los físicos admiten la imposibilidad de encontrar un dispositivo de medida que permita infringir las prohibiciones contenidas en las desigualdades de Heisenberg.

Antes de estudiar ciertos aspectos filosóficos de los resultados expuestos en estos dos primeros parágrafos, queremos mostrar por qué las relaciones de incerti-

dumbre, y más generalmente los principios generales de la interpretación probabilística expuesta antes, no están ya en contradicción con las previsiones verificadas por la antigua mecánica, sino por el contrario que las admite como válidas en primera aproximación.

3. — El enlace con la antigua mecánica

Desde el principio del desarrollo de la teoría de los cuantos ha sido evidente que, si la mecánica clásica no es rigurosamente exacta, la responsabilidad incumbe a la existencia del cuanto de acción. En otros términos, si la constante de Planck tuviera un valor nulo, la mecánica clásica sería exacta. En todas las ramas de la antigua teoría de los cuantos, desde la teoría de la radiación negra de Planck hasta los desarrollos últimos de las ideas de Bohr y Sommerfeld, se ha comprobado siempre que haciendo tender hacia cero el valor de h se ve que las fórmulas cuánticas coinciden con las clásicas.

Esta idea fundamental vuelve a encontrarse en la nueva mecánica. Si uno se coloca en el punto de vista de la mecánica cuántica, todo desvío entre la antigua y la nueva mecánica procede de la no conmutabilidad de la matriz correspondiente a cada coordenada con la matriz correspondiente al momento de Lagrange conjugado, y el defecto de conmutación que es proporcional a h desaparecería si h fuera nula. Si se prefiere situarse desde el punto de vista de la mecánica ondulatoria, se observará que, siendo la longitud de onda de las ondas Ψ proporcional a h sería nula si h se anulara y entonces la óptica geométrica sería siempre válida, pues es fácil ver que la óptica geométrica es siempre aplicable cuando la longitud de onda es infinitamente pequeña. Por tanto, para h tendiendo hacia cero, la ecuación de propagación de la onda Ψ podría siempre ser reemplazada por la ecuación de la óptica geométrica o sea, por la ecuación de Jacobi. De este modo se haría el enlace asintótico entre la nueva mecánica y la antigua.

Es por tanto muy fácil de comprender por qué la mecánica clásica es enteramente válida en la práctica para los fenómenos en gran escala: los fenómenos macroscópicos. Estos fenómenos, en efecto, ponen en juego valores tan elevados de las magnitudes mecánicas, que el cuanto de acción puede ser considerado como absolutamente insignificante, y los efectos de su existencia como enteramente ocultos por la imprecisión inevitable de nuestras medidas físicas. Es fácil precisar esto con ejemplos numéricos y mostrar, por ejemplo, que para verificar las desigualdades de Heisenberg para una bolita de un décimo de miligramo (caso excepcionalmente favorable a causa del peso extremadamente pequeño de la bola), sería necesario, aun conociendo su velocidad con una aproximación de un milímetro por segundo, poder medir la posición de su centro de gravedad ¡con una aproximación de 10^{-20} centímetros! Pero, para comprender mejor cómo se hace el enlace entre la antigua y la nueva mecánica, vamos a explicar con más detalle un caso preciso.

Supongamos que estudiamos el movimiento de un corpúsculo en gran escala, por ejemplo el movimiento de un electrón en un campo magnético. Sabemos que podemos describir exactamente este movimiento con ayuda de las concepciones de la mecánica clásica. ¿Cómo está de acuerdo esto con las relaciones de incertidumbre? El punto de partida de la explicación está en la observación siguiente: en las condiciones de esta experiencia macroscópica, la distancia más pequeña que nosotros podemos medir directamente es mucho más grande que la longitud de onda de las ondas asociadas al corpúsculo estudiado. Resulta de esto que puede existir un grupo de ondas cuyas dimensiones sean inferiores a lo que nosotros podemos directamente medir, y que, sin embargo, estará formada por ondas de longitudes de onda muy próximas. Por consiguiente, una experiencia de medida precisa y bien hecha, puede permitirnos, sin estar en contradicción con las relaciones

de Heisenberg representar el estado del corpúsculo después de la medida por un *grupo* de ondas. Siendo este grupo para nosotros prácticamente puntual y prácticamente monocromático, podremos atribuir al corpúsculo una posición y una velocidad bien determinada en el orden de precisión de las medidas macroscópicas. Además, un resultado fundamental obtenido desde el principio de la mecánica ondulatoria, nos enseña que un grupo de ondas Ψ se desplaza en cada instante con la velocidad de que la mecánica clásica dotaba al corpúsculo asociado. Así, pues, nuestro grupo de ondas cuasi-puntual se desplazaría exactamente como un corpúsculo clásico y como, según el principio de las interferencias, el corpúsculo real debe siempre encontrarse en el interior del grupo de ondas, todo pasa como si el corpúsculo real obedeciera a las leyes de la mecánica clásica. Como vemos fácilmente por este ejemplo, es la imprecisión de nuestras medidas macroscópicas la que oculta las incertidumbres cuánticas.

No parece, pues, haber ninguna dificultad seria en el enlace entre la nueva y la antigua mecánica. El edificio de la física cuántica aparece como si se hubiera construído alrededor del de la física clásica y como habiéndolo englobado en una construcción más vasta. Así, como ocurre muchas veces en la historia de la ciencia, el progreso se efectúa en este caso por aproximaciones sucesivas.

4. — El indeterminismo en la nueva mecánica

Las ecuaciones de la mecánica clásica determinan enteramente el movimiento de un sistema cuando se conoce en el instante inicial la posición y el estado de movimiento de las partes del sistema. Así, el movimiento clásico de un corpúsculo es enteramente previsible cuando se conoce en cierto instante inicial su posición y su velocidad. Esta posibilidad de prever de un modo

inexorable el porvenir de un sistema mecánico cuando se conoce un cierto número de datos sobre su estado presente, constituye el determinismo de la mecánica clásica. Los éxitos resonantes obtenidos por esta mecánica, especialmente en astronomía matemática, habían llevado a todos los físicos a tratar de constituir una física teórica en la cual el determinismo fuera siempre comprobado. Los fenómenos macroscópicos que los físicos estudiaban entonces se acomodaron a esta exigencia y toda la física teórica clásica descansaba sobre ecuaciones diferenciales ordinarias, o en derivadas parciales que permitían calcular rigurosamente la evolución de un sistema físico cualquiera a partir de ciertos datos sobre el estado inicial. Hasta en las ramas de la física en las cuales se había introducido el cálculo de probabilidades, se suponía siempre que los fenómenos elementales obedecían a un determinismo riguroso y que solamente el número muy elevado y la incoordinación de los fenómenos elementales contenidos en el fenómeno global estudiado, permitía la intervención de los métodos estadísticos y de la noción de probabilidad. Más o menos conscientemente, el determinismo integral de los fenómenos naturales, entrañando al menos en principio su completa previsibilidad, se había convertido en una especie de dogma científico. Vamos a ver cómo el desarrollo de las nuevas teorías cuánticas ha modificado profundamente esta situación.

Podemos darnos cuenta de la diferencia que existe desde este punto de vista entre la antigua y la nueva mecánica, observando que los elementos cuyo conocimiento simultáneo en el instante inicial eran necesarios en mecánica clásica para poder prever rigurosamente la evolución de un sistema, son precisamente aquéllos cuya determinación simultánea es imposible según las relaciones de incertidumbre. Hemos recordado antes, que para poder resolver rigurosamente las ecuaciones clásicas del movimiento de un sistema, habría que conocer su configuración y el estado de movimiento de sus par-

tes en cierto instante. Puesto que todo sistema se reduce, en último análisis, a los ojos de la física moderna, a un conjunto de corpúsculos, sería necesario, pues, conocer las coordenadas y las velocidades (o las cantidades de movimiento) de los diversos corpúsculos del sistema en un mismo instante. Ahora bien: el contenido esencial de las relaciones de incertidumbre consiste precisamente en declarar imposible un tal conocimiento preciso y simultáneo. Seguramente, el orden de magnitud de la constante h, constante extraordinariamente pequeña en relación a nuestras unidades usuales, hace que para los fenómenos físicos de nuestra escala las incertidumbres cuánticas sean despreciables y el determinismo en apariencia riguroso. Pero, en el estudio microscópico de los fenómenos físicos, la importancia de las incertidumbres será considerable y suficiente para impedir una completa descripción del curso de los acontecimientos conforme a las exigencias del determinismo.

La desaparición, o por lo menos el relajamiento del determinismo en la física cuántica ha tenido por contrapartida la aparición de las leyes de probabilidad. Pero la intervención de las probabilidades tiene aquí una significación muy diferente de la que poseía en mecánica estadística por ejemplo. En las teorías clásicas, en las cuales las probabilidades intervenían, los fenómenos elementales se reputaban como regidos por leyes rigurosas, y las probabilidades se introducían para la descripción de fenómenos globales por una estadística referida a un número inmenso de fenómenos elementales. En la física cuántica, por el contrario, las probabilidades se introducen directamente en la descripción del curso de los fenómenos elementales. Para comprender bien cómo se presenta la cuestión, nos es preciso mostrar exactamente cómo la nueva mecánica representa, con la ayuda de sus ondas, la evolución de los fenómenos elementales.

Razonaremos sobre un corpúsculo. Nuestras consideraciones se extenderían fácilmente a un sistema de cor-

púsculos por el método que será aplicado en el capítulo XII.

El fin de la física teórica es, conociendo el resultado de un cierto número de observaciones o experiencias, prever el resultado de otras observaciones o experiencias. En física clásica, se admitía la posibilidad de medir en un mismo instante las coordenadas y la velocidad de un corpúsculo, y las ecuaciones de la dinámica clásica permitían entonces, en principio, prever rigurosamente el resultado de una observación o medida, hecha sobre el corpúsculo en una época ulterior. La nueva mecánica nos conduce, por el contrario, a admitir la imposibilidad de medir simultáneamente con precisión las coordenadas y la cantidad de movimiento del corpúsculo. Una medida, incluso hecha con la mayor precisión experimental posible, no puede suministrar sobre estas magnitudes informes afectados de incertidumbres menores que las impuestas por las desigualdades de Heisenberg. El estado del corpúsculo, tal cual es conocido según la medida, estará representado por una onda asociada que jamás podrá ser a la vez puntual y monocromática: ésta tendrá siempre una cierta extensión sea en el espacio, sea en la escala de las frecuencias, y generalmente hasta en las dos a la vez. La ecuación de propagación permite entonces, partiendo de esta forma inicial conocida de la onda Ψ, calcular exactamente la evolución de la onda durante todo el período en el que no se produce ninguna nueva observación o medida y, por tanto, anunciar a cada instante la probabilidad de encontrar tal o cual valor para tal o cual magnitud unida al corpúsculo si se hiciera en este instante una medida que permitiera determinarla. Cuando una nueva medida se haya operado efectivamente, suministrará nuevos conocimientos sobre el estado del corpúsculo y cambiará completamente la situación en cuanto a las probabilidades, lo mismo que cambia la situación de las probabilidades de un acontecimiento cuando se adquieren informes sobre este acontecimiento. Será

necesario, pues, según esta nueva medida, construir una nueva onda Ψ que representará el nuevo estado de nuestros conocimientos relativos al corpúsculo. Retomando las ideas expuestas al principio de este capítulo, diremos que cada experiencia provoca, como consecuencia de la existencia del cuanto de acción, una perturbación incontrolable del estado del corpúsculo que no permite establecer una relación causal exacta entre el estado anterior y el estado posterior. Esta perturbación está unida a la existencia del cuanto de acción porque, como hemos visto especialmente en el último parágrafo, ella es la que se opone a la reducción ilimitada de las causas de incertidumbre en la operación de medida. La evolución de la onda Ψ entre dos medidas está enteramente determinada por su forma inicial y por la ecuación de propagación: obedece por tanto a un determinismo riguroso, pero no resulta en modo alguno un determinismo riguroso de los fenómenos observables y medibles, ya que cada observación o medida nueva aporta elementos nuevos y rompe la evolución regular de la onda Ψ.

Heisenberg ha dado un ejemplo de aplicación de las consideraciones precedentes. Examina dos medidas sucesivas de la posición de un corpúsculo. La primera medida permite localizar un corpúsculo en una pequeña región del espacio. La onda asociada después de esta primera medida será, pues, un tren de ondas limitado a esta región del espacio (sin lo cual no se estaría de acuerdo con el principio de las interferencias). Este tren de ondas, que forzosamente estará lejos de ser monocromático, se extenderá propagándose como lo demuestra la ecuación de propagación. La segunda medida de posición, hecha en un cierto instante ulterior, permitirá localizar el corpúsculo en una nueva pequeña región del espacio que será necesariamente interior a la región ocupada en este instante por el tren de ondas y que será, en general, mucho más pequeña. En otros términos, como consecuencia de la propagación de la onda,

el campo de las posiciones posibles del corpúsculo se amplía muy rápidamente, y el efecto de la segunda medida es reducirlo bruscamente. Después de la segunda medida, será preciso construir un nuevo tren de ondas Ψ de dimensiones mucho más reducidas que las del primero en estado final. Esta nueva forma de la onda Ψ será naturalmente el punto de partida de una nueva evolución de las probabilidades.

Se comprende ahora hasta qué punto las concepciones de la nueva física cuántica atacan las antiguas pretensiones del determinismo. Evidentemente, existen todavía casos en los cuales se puede prever con certeza el resultado de una medida: el valor de una magnitud, y es cuando el estado anterior a la medida constituye un *caso puro* para esta magnitud; dicho de otro modo, cuando el desarrollo de la función Ψ, según las funciones propias correspondientes a esta magnitud, se reduce a un solo término. Éste es el caso de una medida de energía o de cantidad de movimiento hecha sobre un corpúsculo que está asociado a una onda plana monocromática. Pero estos son casos excepcionales en los cuales se puede decir incluso que, rigurosamente hablando, la probabilidad es nula.

Se ha discutido mucho estos últimos años en torno a esta cuestión del indeterminismo de la nueva mecánica. Cierto número de físicos manifiestan todavía la más grande repugnancia a considerar como definitivo el renunciamiento al determinismo riguroso al cual la física cuántica actual está obligada. Se ha llegado incluso a decir que una ciencia no determinista es inconcebible. Esta opinión nos parece exagerada puesto que, en suma, la física cuántica existe y es indeterminista. Pero nos parece perfectamente ocioso pensar que la física volverá un día u otro a las sendas del determinismo y que entonces el estado actual de esta ciencia desaparecerá, habiendo constituído una etapa momentánea, durante la cual, la insuficiencia de nuestras concepciones nos ha forzado a renunciar provisoriamente a seguir de

un modo exacto el determinismo de los fenómenos en la escala atómica. Es posible que nuestra impotencia actual para seguir el hilo de la causalidad en el mundo microscópico sea debida al empleo de conceptos tales como los del corpúsculo, espacio, tiempo, etc.; estos conceptos que hemos construído partiendo de los datos de nuestra experiencia macroscópica corriente, los hemos trasladado a la descripción microscópica y nada nos asegura,sino muy al contrario, que ellos estén adaptados a la representación de la realidad. Sin embargo, aunque muchas reformas fundamentales nos parecen todavía necesarias para ver verdaderamente claro en física cuántica, no nos parece personalmente muy probable que se consiga restablecer enteramente el determinismo de antaño. Los ataques que el desarrollo de la nueva mecánica le ha asestado, nos parecen demasiado profundos para que puedan ser borradas fácilmente. Lo más prudente es, sin duda, atenerse a esta comprobación: en la hora actual, la física de los fenómenos, en la que intervienen los cuantos, no es más determinista.

5. — Complementaridad, idealización, tiempo y espacio

Bohr, cuyo papel ha sido tan esencial en todo el desarrollo de la física contemporánea, ha contribuído mucho con sus estudios, siempre profundos y con frecuencia sutiles, a aclarar el sentido de la orientación tan original de la nueva física. Él es quien en particular ha introducido la noción, tan curiosa desde el punto de vista filosófico, de complementaridad.

Bohr parte de la idea de que la descripción de una entidad como el electrón debe hacerse bien con ayuda de la imagen corpuscular, bien con la ayuda de la imagen ondulatoria, y se pregunta cómo dos imágenes tan diferentes, tan contradictorias pudiera decirse, pueden ser empleadas así concurrentemente. Él demuestra que se puede hacer esto porque las relaciones de incertidumbre, consecuencia de la existencia del cuanto de acción,

no permiten a las dos imágenes empleadas entrar en conflicto directo. Cuanto más se quiere precisar una imagen por medio de observaciones, más la otra se hace necesariamente vaga. Cuando un electrón tiene una longitud de onda bastante bien definida como para poder interferir, es que no está localizado y no responde ya a la imagen corpuscular; por el contrario, cuando el electrón está bien localizado, estas propiedades de interferencia desaparecen y no responden ya a la imagen ondulatoria. Las propiedades ondulatorias y corpusculares no entran jamás en conflicto porque no existen jamás al mismo tiempo. Se espera sin cesar la batalla entre la onda y el corpúsculo: ésta no se produce jamás porque nunca hay más que un adversario presente. La entidad electrón, lo mismo que las otras entidades elementales de la física, tiene así dos aspectos inconciliables, y que es necesario, sin embargo, invocar sucesivamente para explicar el conjunto de sus propiedades. Son como las caras de un objeto que no se pueden contemplar a la vez, y que es preciso, sin embargo, examinar sucesivamente para describir completamente el objeto. Estos dos aspectos, Bohr los llama *aspectos complementarios,* entendiendo por esto, que estos aspectos por una parte se contradicen y por la otra se completan. Y, en su espíritu, esta noción de complementaridad parece haber tomado la importancia de una verdadera doctrina filosófica.

No es, en efecto, en modo alguno evidente, que nosotros podamos describir una entidad física con la ayuda de una sola imagen, o de un solo concepto de nuestro espíritu. Nosotros construímos, en efecto, nuestras imágenes y nuestros conceptos, inspirándonos en nuestra experiencia cotidiana; extraemos de esta experiencia ciertos aspectos y, partiendo de ahí, forjamos por simplificación y abstracción ciertas imágenes simples, ciertos conceptos aparentemente claros, de los cuales tratamos en seguida de servirnos para interpretar los fenómenos: tales como los conceptos de corpúsculo bien lo-

calizado, de onda bien monocromática. Pero puede ocurrir que estas *idealizaciones*, como dice Bohr, productos demasiado simplificados y demasiado rígidos de nuestra razón, no pueden aplicarse exactamente a la realidad. Para describir la complejidad de lo real, podrá ser necesario, pues, emplear sucesivamente para una misma entidad dos (o varias) de estas idealizaciones. Tan pronto será la más adecuada la una como la otra: a veces (éste es el caso puro del parágrafo precedente) una de las dos se adaptará exactamente a la descripción de la entidad examinada, pero este caso será muy excepcional y, en general, no podrá prescindirse de que intervengan las dos imágenes ideales.

Tales son, si penetramos bien en el pensamiento muy complejo del ilustre físico, algunas de las consideraciones verdaderamente originales que la física cuántica ha inspirado a Bohr. Se puede tratar de extender el campo de aplicación de estas ideas filosóficas fuera del dominio de la física. Se puede, por ejemplo, buscar, como el mismo Bohr lo ha hecho, si la noción de complementaridad puede llegar a tener en biología importantes aplicaciones y ayudar a comprender el doble aspecto físico-químico y propiamente vital de los fenómenos de la vida. Se podría también en otro orden de ideas, examinar si todas las *idealizaciones* no son tanto menos aplicables a la realidad cuanto más perfectas son, y, a poco que se tenga el espíritu inclinado a la paradoja, se podrá sostener, yendo al encuentro de Descartes, que nada es más engañoso que una idea clara y definida. Pero conviene detenerse en esta pendiente peligrosa y volver a la física.

Lo que es más cierto, es que nuestras nociones habituales de espacio y de tiempo, bastante profundamente retocadas por la teoría de la relatividad, no son apropiadas exactamente para la descripción de los fenómenos atómicos. Hemos hecho notar ya, especialmente en la introducción, que la existencia del cuanto de acción implica una vinculación completamente imprevista en-

tre lo geométrico y lo dinámico: la posibilidad de localizar las entidades físicas en el marco geométrico del espacio y del tiempo, resulta no ser independiente en su estado dinámico. Sin duda la relatividad generalizada nos había enseñado ya a considerar las propiedades locales del espacio-tiempo como dependiendo de la distribución de la materia en el universo. Pero la modificación que requiere la intervención de los cuantos es mucho más profunda todavía, y no permite ya representar el movimiento de una unidad física por una línea de espacio-tiempo (línea de universo); no permite más definir el estado de movimiento a partir de la curva que representa las localizaciones sucesivas en el espacio en el curso del tiempo, y requiere que consideremos el estado dinámico, no como derivado de las localizaciones espacio-temporales, sino como un aspecto independiente y complementario de la realidad física.

En verdad, las nociones de espacio y de tiempo sacadas de nuestra experiencia cotidiana sólo son válidas para los fenómenos en gran escala. Sería preciso sustituir allí como nociones fundamentales válidas en microfísica, otras concepciones que condujesen a reencontrar asintóticamente, cuando vuelve a pasarse de los fenómenos elementales a los fenómenos observables en nuestra escala, las nociones habituales de espacio y de tiempo. ¿Es necesario decir que se trata de una tarea muy difícil? Se puede también preguntar si esta tarea es posible, si nosotros podremos alguna vez llegar a eliminar hasta ese punto lo que constituye el marco mismo de nuestra vida corriente. Pero la historia de la ciencia demuestra la extrema fertilidad del espíritu humano y no hay que desesperar. Sin embargo, en tanto que no lleguemos a ensanchar nuestros conceptos en el sentido indicado, debemos esforzarnos para hacer entrar, más o menos torpemente, los fenómenos microscópicos en el marco del espacio y del tiempo, y tendremos el sentimiento penoso de querer encerrar una joya en un estuche que no está hecho para ella.

CAPITULO XI

EL "SPIN" DEL ELECTRÓN

1. — Las estructuras finas y las anomalías magnéticas

Hemos expuesto los principios de la mecánica ondulatoria del electrón. Es necesario ahora mostrar por qué, a pesar de estos éxitos, esta mecánica bajo su forma primitiva ha parecido todavía insuficiente, y ha debido sufrir aun un retoque importante. La razón está en que la mecánica ondulatoria del electrón bajo su forma primitiva, no ha llegado a interpretar ciertos hechos de orden espectroscópico o magnético conocidos desde hace varios años, y los cuales tampoco pudieron ser explicados.

Una primera categoría de estos hechos difícilmente explicables, pertenece a la espectroscopia. Nosotros sabemos que la antigua teoría de los cuantos y, después de ella, la nueva mecánica, habían conseguido prever correctamente la existencia de un gran número de rayas espectrales. Pero los cuadros de términos espectrales obtenidos por estas teorías se han mostrado, al ser examinados, como insuficientes para explicar la complejidad real de los espectros. En otros términos, hay en los espectros ópticos de Röntgen, estructuras que que-

dan sin interpretación. Hemos visto que Sommerfeld, trabajando con ayuda de las ideas relativistas dentro del marco de la antigua teoría de los cuantos, consiguió explicar las estructuras finas del espectro del hidrógeno y de los espectros X de una manera que pareció al principio muy satisfactoria, pero que como también hemos subrayado (capítulo IV al final del parágrafo 3), un estudio más minucioso no ha confirmado completamente esta impresión favorable: la teoría de Sommerfeld, como hemos dicho, prevé correctamente los dobles de la serie de Balmer y de las series X, pero no los coloca allí donde están realmente. No se podía creer que el éxito aparente de Sommerfeld fuera enteramente fortuito, pero se sentía que un elemento importante faltaba en su teoría. La situación, muy lejos de ser mejorada por el desarrollo de la mecánica ondulatoria, fué por el contrario agravada. Para poder, en efecto, trasladar fué necesario introducir la relatividad. Ahora bien, como ya hemos dicho, se había encontrado fácilmente una ecuación de ondas relativista que era, por otra parte, de segundo orden con respecto al tiempo, pero que se presentaba como la generalización relativista natural de la ecuación de Schrödinger. Parecía que debía ser suficiente aplicar a esta ecuación el nuevo método de cuantificación, es decir, el buscar sus valores propios para poder volver a hallar las fórmulas de Sommerfeld. El resultado del cálculo fué decepcionante: se encontró una fórmula de forma algo análoga a la de Sommerfeld, pero diferente, sin embargo, y esta fórmula no correspondía ya en absoluto a los hechos experimentales a explicar. El fracaso fué, pues, completo; la mecánica ondulatoria no introdujo el elemento nuevo que se necesitaba y cuya naturaleza se conocía ya en esa época, gracias a los trabajos de Uhlenbeck y Goudsmit de los cuales hablaremos más adelante.

Pero, fuera de las cuestiones relativas a los dobles de Sommerfeld, se presentaron otras dificultades a propósito de la estructura fina. Así, en los espectros X, la

teoría de Sommerfeld previó las estructuras finas que existen realmente, pero la estructura de las series es mucho más compleja de lo que indican las fórmulas de esta teoría. Para dar un ejemplo, hay siempre en el espectro X elementos de tres series L cuyas rayas están siempre mezcladas en la escala de las frecuencias. La teoría de Sommerfeld permite prever dos series L y dos solamente: ignora completamente la tercera. Para poder clasificar las rayas espectrales no previstas, Sommerfeld ha introducido más tarde, al lado de los dos números cuánticos contenidos en su teoría, un tercer número cuántico al cual ha dado el nombre, bastante poco justificado, de *número cuántico interno.* La introducción de este tercer número cuántico era en suma empírica y las tentativas de interpretación teórica, que fueron propuestas entonces, tuvieron que ser abandonadas. Por otra parte, la mecánica ondulatoria no fué más afortunada, y no consiguió en modo alguno interpretar la existencia de las series supernumerarias, y del número cuántico interno. Ahí también se sentía la necesidad de introducir el nuevo elemento del cual he hablado antes.

Volvamos ahora a la segunda categoría de fenómenos inexplicados por la antigua teoría de los cuantos: las anomalías magnéticas. Nosotros hemos señalado ya la existencia de los efectos Zeeman anormales que, ni la teoría electrónica primitiva de Lorentz, ni la antigua teoría de los cuantos, ni la mecánica ondulatoria consiguieron explicar. La razón de este fracaso común, se halla en el hecho de que un mismo postulado, constituye la base de interpretación del efecto Zeeman por las tres doctrinas sucesivas. Este postulado, consiste en suponer que los momentos magnéticos, que se pueden adjudicar a los átomos, tienen todos por único origen los movimientos orbitales de los electrones intra-atómicos. Admitido este punto, resulta necesariamente que el momento de la cantidad de movimiento total de un átomo está siempre con su momento magnético total en una cierta relación fija que depende únicamente de

la relación de la carga eléctrica del electrón con su masa. Este resultado común a la teoría clásica de los electrones, a la antigua teoría de los cuantos, y a la mecánica ondulatoria bajo su forma primitiva, conduce en cada una de las tres disciplinas a la consecuencia de que todos los efectos Zeeman deberían ser del tipo normal originalmente previsto por Lorentz y descubierto por Zeeman. La existencia de los efectos Zeeman anormales, indicaba, pues, lo mismo que la existencia de los hechos espectroscópicos, de los cuales hemos hablado antes: la necesidad de introducir un elemento nuevo, y mostraba, que este elemento debería tener alguna relación con el magnetismo.

El estudio experimental de los efectos Zeeman anómalos fué, por otra parte, proseguido sin descanso después del memorable descubrimiento de Zeeman, y las leyes empíricas del mismo eran bien conocidas. No podemos exponer aquí estas leyes empíricas y nos limitaremos a decir que Landé consiguió resumir un gran número de éstas introduciendo en las fórmulas de la antigua teoría de los cuantos un cierto factor, el factor g de Landé, cuya interpretación exacta permanecía dudosa. Todo el conjunto de estas investigaciones sobre el efecto Zeeman anómalo preparaba indudablemente el camino a una teoría completa del fenómeno, puesto que se conocía así por anticipado la forma matemática exacta de las leyes que debía explicar.

Pero los efectos Zeeman anómalos no eran los únicos fenómenos de orden magnético que quedaban inexplicados: estaban también las anomalías giro-magnéticas. La hipótesis de que el magnetismo atómico tiene por origen el movimiento orbital de los electrones en el átomo tiene como consecuencia que, si se imanta longitudinalmente una barra de hierro cilíndrica suspendida por un punto de su eje, esta barra debe ponerse a girar alrededor de su eje, y, recíprocamente, si se hace girar la barra alrededor de su eje, debe haber creación de un momento magnético: además, la relación del momento

de la cantidad de movimiento en el movimiento de rotación y del momento magnético, debe ser, en uno y otro caso, igual a esta constante que depende de las características del electrón de que hemos hablado anteriormente. Se han hecho experiencias para verificar cuantitativamente esta previsión de la teoría (Einstein y de Haas, Barnett). Los dos fenómenos inversos existen: hay rotación de la barra magnetizada y magnetización de la barra puesta en rotación. Pero la relación del momento magnético al momento cinético resulta que tiene alrededor del doble del valor previsto. Este resultado inesperado indica netamente en cuál sentido debe buscar introducirse el nuevo elemento. Resulta evidente que todo el magnetismo del átomo no tiene su origen en el movimiento orbital de los electrones, y que hay momentos magnéticos y momentos cinéticos cuya relación no tiene siempre el valor admitido hasta entonces. Tomando esta dirección Uhlenbeck y Goudsmit, han llegado a la idea capital de la existencia de una rotación propia y de un magnetismo propio en el electrón.

2. — La hipótesis de Uhlenbeck y Goudsmit

En una nota que tuvo gran repercursión, Uhlenbeck y Goudsmit propusieron en 1925 considerar al electrón como poseyendo no solamente una carga eléctrica sino también un momento magnético y un momento de rotación. Es muy fácil obtener una imagen clásica de un tal electrón magnético y giratorio: basta con asimilar el electrón a una pequeña esfera llena de electricidad negativa y girando alrededor de uno de sus diámetros. Uhlenbeck y Goudsmit han precisado su hipótesis, admitiendo que la relación del momento magnético propio del electrón a su momento cinético propio tenía un valor doble del valor normal clásico. Esta hipótesis les fué sugerida por el resultado de las experiencias giromagnéticas. Por otra parte, se podía justificar esta hipótesis con ayuda del modelo clásico de la esfera electrizada en rotación, pero esta justificación, en razón de

las dificultades que hay desde el punto de vista cuántico para adoptar este modelo clásico, no puede ser considerada como muy probatoria. Sin embargo, como vamos a ver, la hipótesis de Uhlenbeck y Goudsmit ha sido maravillosamente confirmada por sus consecuencias: ¡el elemento que faltaba en todas las teorías anteriores había sido introducido!

Queremos precisar aún el aspecto cuantitativo de la nueva hipótesis. En las teorías cuánticas, los electrones atómicos en sus estados cuantificados poseen un momento cinético orbital cuyo valor es siempre un múltiplo entero de la constante de Planck dividida por 2π: éste es el resultado mismo de la cuantificación. Poseen también un momento magnético orbital cuyo valor es un múltiplo entero de una cantidad fundamental llamada el *magnetón de Bohr* que desempeña el papel de un verdadero átomo de magnetismo y cuyo papel es hoy esencial en todas las teorías generales de los fenómenos magnéticos. Una experiencia célebre debida a Stern y Gerlach, que permitió medir el momento magnético de un átomo, ha confirmado del todo la existencia física del magnetón de Bohr. El cociente del magnetón de Bohr por la unidad cuántica de momento cinético $\frac{h}{2\pi}$ tiene además el valor clásico del cual hemos hablado antes varias veces. Uhlenbeck y Goudsmit han dotado el electrón de un momento magnético propio igual a un magnetón de Bohr y de un momento cinético propio igual a la mitad de la unidad cuántica $\frac{h}{2\pi}$. Así la relación de los dos momentos es igual al doble del valor clásico. Para designar la rotación propia del electrón y el momento cinético correspondiente, aquellos físicos han adoptado la palabra inglesa *spin* que después se ha impuesto y ha sido empleada por todos los físicos.

En la época en que los dos físicos holandeses tuvieron la notable idea de introducir el *spin* del electrón, la

nueva mecánica estaba en su aurora. Es, pues, muy comprensible que la nueva hipótesis haya sido al principio desarrollada dentro del marco de la antigua teoría de los cuantos. Primero Uhlenbeck y Goudsmit, después otros teóricos, entre los cuales citaremos a Thomas y Frenkel, han vuelto a tomar la teoría de la estructura fina y la del efecto de Zeeman, introduciendo en ella las nuevas propiedades de que el electrón acababa de ser dotado. Los resultados fueron muy satisfactorios e indicaron netamente que se iba por buen camino. Las pocas dificultades que subsistían eran debidas visiblemente al empleo de los antiguos métodos cuánticos y estaban llamadas a desaparecer el día en que se pudiera introducir el *spin* del electrón en la mecánica ondulatoria. Esta introducción no se ha efectuado sino con algunas dificultades, pero finalmente Dirac, puesto en la ruta por un importante trabajo de Pauli, llegó a realizarla de una manera muy interesante que ha abierto toda clase de perspectivas nuevas. Para estar mejor preparados a abordar el estudio de la teoría de Dirac, precisamos decir algunas palabras sobre el trabajo preliminar de Pauli.

3. — La teoría de Pauli

El *spin* del electrón presenta una cierta analogía con la propiedad del fotón que nosotros llamamos *polarización de la luz*. En efecto, define una cierta asimetría, una cierta falta de isotropía del electrón. Seguramente no hay identidad completa, pues el *spin* tiene una dirección y un sentido, mientras que la polarización, en razón de la vibración del vector luminoso, define una dirección, pero no un sentido sobre esta dirección. No obstante, parece probable que, si se quiere introducir el *spin* en mecánica ondulatoria, será preciso inspirarse en la manera como la polarización es compatible con la existencia del fotón en la concepción dualista de la luz, pues este método inductivo es la prolongación del que ha permitido, par-

tiendo de la conocida teoría de las ondas luminosas, llegar a la teoría de las ondas materiales. Esta observación parece haber guiado a Pauli en la elaboración de su importante trabajo sobre el *spin*.

Examinemos, por tanto, cómo se debe tratar de conciliar la polarización de la luz con la existencia del fotón. Consideremos un haz de luz rectilíneamente polarizado que cae sobre un nicol. Según las teorías clásicas de la óptica ondulatoria, todo ocurre como si la presencia del nicol tuviera por efecto el descomponer la vibración rectilínea incidente según dos ejes rectangulares D y D' ligados a la estructura del nicol: la componente según D es trasmitida, la componente según D' detenida. Si se gira el nicol en 90°, los ejes D y D' pueden ser considerados como no habiendo cambiado, pero ahora la única trasmitida es la componente según D'. Por tanto, para el par de ejes D y D' perpendiculares a la dirección de propagación y rectangulares entre sí, se puede descomponer la vibración incidente según D o D' y un nicol convenientemente orientado aislará la una o la otra de estas componentes. Por otra parte, ocurrirá lo mismo si la luz incidente, en lugar de estar rectilíneamente polarizada tiene una polarización cualquiera. Así, a una luz incidente dada, corresponde una infinidad de descomposiciones posibles según dos ejes rectangulares (normales a la dirección de propagación), puesto que se pueden orientar estos dos ejes en su plano, de una infinidad de maneras: a cada una de estas descomposiciones corresponde el aislamiento posible, por medio de un nicol, de dos haces rectilíneamente polarizados en ángulo recto. Prosigamos entonces la interpretación del mismo fenómeno admitiendo la existencia de los fotones. Una nube de fotones asociados a una onda de polarización conocida llega a un nicol: una parte de estos fotones atraviesa el nicol y se la vuelve a encontrar a la salida del aparato, asociada a una onda polarizada rectilíneamente conforme a una dirección D, y otros fotones son detenidos. Ahora, según la teoría de las

ondas, la energía luminosa transmitida es medida por el cuadrado de la amplitud, por la intensidad de la componente según D de la vibración incidente, y la energía luminosa detenida por el nicol está medida por la intensidad de la componente rectangular. Nos es forzoso, pues, admitir que la proporción de fotones incidentes, cuya polarización después de haber atravesado el nicol es rectilínea según D, es medida por la intensidad de la componente según D de la vibración luminosa incidente, mientras que la proporción de fotones detenidos por el nicol está dada por la intensidad de la componente rectangular. Pero nada impide suponer que se hace la experiencia con una luz de intensidad muy débil: los fotones llegan entonces unos tras otros y, como nos ha sucedido precedentemente con las interferencias, debemos sustituir al punto de vista estadístico el punto de vista de probabilidad, y decir que la probabilidad para que un fotón incidente se revele después de atravesado el nicol como polarizado rectilíneamente según la dirección D, está medida por la intensidad de la componente según D de la vibración incidente. Podemos decir todavía que para toda pareja de ejes rectangulares D y D' hay dos posibilidades de polarización rectilínea para el fotón y que las probabilidades respectivas de estas dos posibilidades están dadas por la intensidad de las dos componentes según D y D' de la vibración incidente. Es evidente que llegamos así a concepciones completamente análogas a las que hemos adoptado para la medida de las magnitudes mecánicas. Se puede considerar el nicol como un dispositivo que permite reconocer si un fotón incidente está polarizado conforme a D o conforme a D'; y si se conoce el estado del fotón incidente representado por su onda asociada, no se podrá en general prever exactamente el resultado de la medida, sino solamente asignar una probabilidad a las dos hipótesis posibles. Como hay una infinidad de maneras de escoger los ejes D y D' hay una infinidad de polarizaciones rectilíneas posibles

contenidas en potencia en el estado inicial del fotón, lo mismo que hay varios valores de las energías contenidos en potencia en el estado de un corpúsculo cuya onda asociada no es monocromática. Entendámonos bien: puede suceder excepcionalmente que se pueda prever de modo exacto el resultado de la acción de un nicol sobre un fotón. Esto sucederá cuando el estado inicial del fotón es un caso puro para las direcciones de polarización D D', en otros términos, cuando la onda incidente es rectilíneamente polarizada según D o según D'. Todo lo que acabamos de decir se trasladará muy fácilmente, si en lugar de considerar un analizador rectilíneo como el nicol, se considera un analizador circular o elíptico.

De todo esto resulta que, para un fotón asociado a una onda luminosa cualquiera, nosotros no podemos plantear la cuestión: *¿cuál es la polarización rectilínea de este fotón?* Esta pregunta no tiene sentido: no es susceptible de respuesta alguna razonable. La sola cuestión que podemos plantearnos es la siguiente: *¿cuál es la probabilidad para que una experiencia (hecha con un analizador rectilíneo) nos permita atribuir al fotón una polarización rectilínea en una dirección dada D (normal a la dirección de propagación)?* Acabamos de ver cómo la teoría de las ondas suministra la respuesta, y esta respuesta descansa esencialmente sobre la posibilidad de descomponer la función de onda en dos componentes.

Pauli ha pensado que, para introducir el *spin* del electrón en la mecánica ondulatoria, es necesario igualmente atribuir a la onda Ψ dos componentes, sin suponer por otra parte que estos dos componentes tengan necesariamente, como en el caso de la luz, el carácter de componentes rectangulares de un vector. Lo mismo que no se puede hablar en general de la polarización rectilínea de un fotón, no se podrá hablar de la dirección del *spin* de un electrón. Se deberá solamente preguntar cuál es la probabilidad para que el *spin* de un electrón se revele como teniendo tal dirección. Pero, como lo hemos

explicado ya, el *spin* tiene una dirección y *un sentido;* además, se le supone de valor igual a una semi-unidad cuántica de momento cinético, o sea $\frac{h}{4\pi}$. Pauli supone, pues, que, para cada dirección D del espacio (que aquí no está sujeta a ser normal a la propagación, ya que las ondas Ψ no son transversales), el *spin* puede tener dos valores $\pm \frac{h}{4\pi}$ conforme al sentido que tiene sobre esta dirección. Habrá por tanto que preguntarse: "¿cuál es la probabilidad para que una experiencia conduzca a atribuir al electrón considerado un *spin* dirigido según D con el valor $+\frac{h}{4\pi}$? y, ¿cuál es la probabilidad para que una experiencia conduzca a atribuir un *spin* dirigido según D con el valor $-\frac{h}{4\pi}$?". Pauli, por analogía con la polarización de la luz, admite que para cada dirección D dada, la onda se descompone en dos componentes cuyas intensidades miden las probabilidades respectivas de los dos valores posibles $\pm \frac{h}{4\pi}$ para el *spin*, en la dirección D. Entiéndase bien, si se cambia la dirección D, la descomposición de la onda Ψ en dos componentes se hará de un modo diferente, lo mismo que para la luz la descomposición de la vibración en dos componentes rectangulares se hace de modo diferente según el sistema de ejes rectangulares que se considere. Pauli ha escrito las dos ecuaciones diferenciales simultáneas, a las cuales las dos componentes de la onda Ψ deben satisfacer para una dirección D dada, y ha estudiado la manera cómo se transforman las dos componentes cuando se cambia la dirección D. Él ha constatado, haciendo esto, que las dos componentes de la onda Ψ no deben transformarse como componentes de vectores. Se ha tenido así el primer ejemplo en física

de un ente matemático, a saber, la onda Ψ del corpúsculo con *spin*, que no entra en la categoría general de los tensores, de los cuales, como es sabido, los escalares y los vectores son casos particulares. Este ente matemático de un tipo completamente nuevo ha sido estudiado después, y ha recibido los nombres de *semi-vector* y de *espinor*.

No podemos desarrollar aquí nosotros el formalismo de la teoría de Pauli: por otra parte no ha tenido mucha más aplicación, pues ha sido reemplazada en seguida por la de Dirac. Además, la teoría de Pauli no es relativista; no puede, por tanto, servir para prever la estructura fina en el sentido indicado anteriormente por Sommerfeld, pero las concepciones de Pauli eran del mayor interés: indicaban cómo debía hacerse la introducción del *spin* en mecánica ondulatoria por la consideración de las probabilidades de los dos sentidos posibles del *spin* para una dirección dada y por la sustitución de una función Ψ única por una función Ψ dotada de varias componentes. Corresponde a Dirac el haber conseguido con un muy bello esfuerzo, el perfeccionamiento de este primer bosquejo.

4. — La teoría de Dirac

Ciertamente Dirac ha sido guiado en su trabajo por las ideas de Pauli; pero ha tenido también otra idea directriz: la de crear una mecánica ondulatoria relativista que fuera verdaderamente satisfactoria. En efecto, hemos visto que desde el principio del desarrollo definitivo de la mecánica ondulatoria, se había propuesto una mecánica ondulatoria relativista que se basase en una ecuación de ondas de segundo orden con respecto al tiempo. Dirac ha sometido esta tentativa a una crítica severa y ha terminado por desecharla. La principal objeción que él hace a este ensayo de mecánica ondulatoria relativista, es precisamente que la ecuación de propagación es de segundo orden con respecto al tiempo.

Resulta, contrariamente a lo que ocurre con la mecánica ondulatoria no relativista, que, si se da un estado inicial cualquiera representado por una cierta forma inicial de la onda Ψ, la conservación de la probabilidad total no está automáticamente asegurada. Ahora bien la conservación automática de la probabilidad total es una condición esencial para que los principios generales de la nueva mecánica puedan ser conservados. Dirac, prosiguiendo su razonamiento con una lógica poderosa, llega a deducir que la ecuación o las ecuaciones de la mecánica ondulatoria relativista deben necesariamente ser de primer orden con respecto al tiempo, y que, por consiguiente, en razón de la simetría relativista entre el espacio y el tiempo, deben ser igualmente de primer orden con respecto a las coordenadas de espacio. Luego, demuestra con razonamientos sobre los cuales no podemos insistir, que, en la mecánica ondulatoria relativista, la función de ondas debe tener cuatro componentes que satisfagan a un sistema de cuatro ecuaciones en derivadas parciales simultáneas, cuyo conjunto reemplaza la ecuación de propagación única de la mecánica ondulatoria no relativista. Dirac busca inmediatamente cómo se transforman las ecuaciones de propagación y las componentes de la función de ondas cuando se cambia el sistema de coordenadas. Encuentra, resultado muy notable, que las ecuaciones tienen una forma invariante para la transformación de Lorentz, lo que hace satisfactoria su teoría desde el punto de vista relativista. Da las fórmulas de transformación de las cuatro componentes de la función de onda que no son las de un vector de espacio-tiempo, sino que pertenecen, como se demostró mejor posteriormente, al tipo nuevo de las transformaciones *espinoriales* hallado ya por Pauli.

Pero es aquí donde la teoría de Dirac resulta prodigiosa: las ecuaciones de su teoría, obtenidas con ayuda de razonamientos únicamente relativistas y cuánticos en los que la hipótesis del *spin* no interviene en modo alguno, contienen en sí todas las propiedades del electrón magnético y girante. En efecto, es fácil mostrar que en virtud misma de las nuevas ecuaciones de propagación, el electrón se comportará como poseyendo un momento magnético propio igual a un magnetón de Bohr y un momento cinético propio igual a una semi-unidad cuántica de momento cinético. Esta posibilidad de hacer surgir el *spin* de ecuaciones obtenidas de un modo independiente de él, es uno de los resultados más notables de toda la física teórica contemporánea que, sin embargo, contiene tantos.

Vamos ahora a mostrar cómo la teoría de Dirac se relaciona con la de Pauli. En la teoría de Dirac, las cuestiones relativas al *spin* deben plantearse en la forma que había indicado Pauli. Se debe por tanto preguntar cuál es la probabilidad para que el *spin* posea uno u otro de los valores posibles en tal o cual dirección D. Para contestar a la cuestión, es preciso primero buscar de qué modo la función Ψ se descompone en cuatro componentes cuando se ha tomado la dirección D considerada como eje de las z. La probabilidad de uno de los valores $+\frac{h}{4\pi}$ estará entonces dada por la suma de las intensidades de las dos componentes de orden par (la segunda y la cuarta), mientras que la probabilidad del otro valor estará dada por la suma de las intensidades de las componentes de orden impar (la primera y la tercera). Ahora bien, el estudio de las soluciones de las ecuaciones de Dirac muestra que, si el movimiento del corpúsculo es lento con respecto al de la luz, las dos primeras componentes de la función de onda son despreciables en comparación a las dos últimas. Dicho de otro modo: cuando está permitido despreciar la influencia de la relatividad, basta considerar una función de onda de dos componentes, y entonces la intensidad de la una da la probabilidad de uno de los valores posibles del *spin*, mientras que la intensidad de la otra componente dará la probabilidad del segundo valor posible. Se encontrará

nuevamente, entonces, exactamente la teoría de Pauli. Ésta aparece, pues, como no siendo más que la forma no relativista, la aproximación newtoniana, de la teoría de Dirac. Al mismo tiempo, se comprende por qué hay cuatro componentes de Ψ en la teoría de Dirac en lugar de los dos de la teoría de Pauli: la existencia del *spin* obliga a desdoblar la función Ψ en dos componentes y la existencia de la relatividad obliga a desdoblar de nuevo cada una de estas dos componentes, siendo este segundo desdoblamiento inútil en la aproximación newtoniana.

Notaremos de paso que toda la interpretación probabilística de la nueva mecánica se traslada muy fácilmente en la teoría de Dirac a expensas de una ligera complicación de escritura, y llegamos a las aplicaciones de la nueva doctrina y a sus éxitos. En primer lugar, ella permite poner en claro la cuestión de la estructura fina y justificar definitivamente, rectificándolas, las fórmulas de Sommerfeld. Si, en efecto, se vuelve a tomar la cuantificación del átomo de hidrógeno por medio de las ecuaciones de Dirac, se advierte que en razón de la intervención del nuevo elemento representado por el *spin*, se introduce en los cálculos un nuevo número cuántico desconocido por las teorías anteriores y que coincide exactamente con el *número cuántico interno* introducido empíricamente desde hacía varios años en la clasificación de los términos espectrales revelados por la experiencia. Después, se llega a una fórmula de estructura fina que tiene la misma forma que la de Sommerfeld, pero en la que el nuevo número cuántico sustituye al antiguo número cuántico azimutal; y esta sustitución tiene por resultado el ponerlo todo en orden, ya que los dobles previstos se encuentran ahora en el lugar que les asigna la experiencia. Los mismos resultados se extienden a los átomos más pesados en la medida en que se pueden hacer cálculos con hipótesis simplificadoras y en que las dificultades relativas a los dobles Röntgen pueden ser evitadas. Así se prueba que la idea esencial de Sommerfeld, consistente en introducir la relatividad en la teoría cuán-

tica para explicar la estructura fina, era exacta, pero que la introducción del *spin* era igualmente necesaria para obtener resultados verdaderamente satisfactorios. El éxito primitivo de Sommerfeld no era debido al azar, pero le faltaba todavía a sus concepciones un elemento esencial: el *spin*.

La teoría de Dirac ha sido también feliz para la interpretación de las anomalías magnéticas. Tratando el problema del efecto Zeeman, ha hallado la existencia de los efectos anómalos que tanto habían intrigado a los teóricos anteriores. La razón de este éxito es fácil de comprender. Para llegar a explicar los efectos anómalos, era esencial poder atribuir a la relación entre el momento magnético y el momento cinético de un átomo un valor diferente del valor llamado *normal* del cual hemos hablado más de una vez. Este valor normal provenía de la hipótesis de que el momento magnético de los átomos deriva únicamente del movimiento orbital de sus electrones. Atribuyendo al electrón, en conformidad con la hipótesis de Uhlenbeck y Goudsmit, un momento magnético propio que está con su momento cinético propio en una relación diferente (doble) de *la relación* normal, la teoría de Dirac consigue evadirse del círculo de los efectos normales Zeeman y prever los efectos anómalos. Pero el éxito no es solamente cualitativo, sino cuantitativo. En efecto, el cálculo permite justificar las fórmulas de Landé y prever los valores del coeficiente g introducido un poco empíricamente por este autor para la descripción de los efectos anómalos.

La obra verdaderamente hermosísima de Dirac ha llegado, pues, a obtener notables resultados. Permite hacer entrar en el dominio de los hechos físicos teóricamente interpretados, todo el conjunto de los fenómenos espectroscópicos o magnéticos que habían revelado, por su resistencia a toda tentativa de explicación, la necesidad de introducir el *spin*. Realiza de una manera digna de la más grande admiración la unión del punto de vista cuántico, del punto de vista relativista y de la hipótesis

de Uhlenbeck y Goudsmit. Evidentemente puede preguntarse hasta qué punto consigue conciliar y fundir las concepciones cuánticas y las concepciones relativistas, ya que las primeras implican esencialmente la discontinuidad, y las segundas están impregnadas de continuidad. Se trata de una cuestión difícil que no queremos examinar aquí. A nuestro entender la fusión de las concepciones relativistas y de las concepciones cuánticas, no está enteramente realizada de un modo satisfactorio por la teoría de Dirac. Pero el conjunto del edificio es admirable, y constituye la coronación actual de la mecánica ondulatoria del electrón.

Sin detenerse a examinar las otras aplicaciones de la teoría de Dirac, por ejemplo, al problema de la difusión de las radiaciones por la materia (fórmula de Klein y Nishina), queremos exponer ahora una extraña consecuencia de las ecuaciones de Dirac que ha parecido, en su origen, constituir una debilidad de la teoría, pero que después se ha convertido en su puntal.

5. — Los estados de energía negativa. El electrón positivo

Las ecuaciones de la teoría de Dirac presentan la propiedad singular de admitir soluciones correspondientes a estados de corpúsculo asociado cuya energía es negativa. Un electrón en uno de estos estados debería poseer propiedades extrañas: para aumentar su velocidad, habría que retirarle energía, frenarlo; para llevarlo al reposo, habría por el contrario que suministrarle energía. Jamás un electrón ha manifestado, en una experiencia, una manera de comportarse tan inesperada, y hay motivos para creer que los estados de energía negativa permitidos en la teoría de Dirac no existen realmente en la naturaleza. Se puede decir que, en un sentido, esta teoría es demasiado rica, al menos en apariencia.

El hecho de que las ecuaciones de Dirac contengan la posibilidad de estados de energía negativa, proviene

sin duda alguna del carácter relativista de estas ecuaciones. En efecto, ya en la dinámica relativista del electrón, desarrollada por Einstein al comienzo de la relatividad restringida, se encontraba también la posibilidad de movimientos corespondientes a una energía negativa. Pero entonces la dificultad no era muy grave, pues la dinámica de Einstein, al modo de las teorías anteriores, admitía que todos los procesos físicos eran continuos. Ahora bien, poseyendo la masa propia del electrón un valor finito, el electrón tiene siempre una energía interna finita, conforme al principio relativista de la inercia de la energía. Esta energía interna no puede anularse, y no puede pasar de un modo continuo de los estados de energía positiva a los estados de energía negativa, y la hipótesis entonces reinante excluía completamente un tal pasaje. Es suficiente, pues, admitir que en el origen de los tiempos, todos los electrones estaban en estados de energía positiva, para comprender que siempre haya sido así, y que será siempre así. La dificultad es mucho más grave en la mecánica de Dirac, porque ésta es una teoría cuántica que admite esencialmente la discontinuidad de los fenómenos físicos. Se puede fácilmente ver que las transiciones entre un estado de energía positiva y un estado de energía negativa deberían ser no solamente posibles, sino frecuentes. Klein ha mostrado con un ejemplo interesante cómo un electrón de energía positiva que cae sobre una región del espacio donde reina un campo variable rápidamente, debería poder salir en un estado de energía negativa. El hecho de que ningún electrón de energía negativa se haya jamás manifestado en la experiencia, es muy molesto para la teoría de Dirac.

Para apartar esta dificultad, Dirac ha tenido una idea ingeniosa. Observando que según el principio de exclusión de Pauli, del cual hablaremos en el próximo capítulo, no puede haber más que un electrón por estado, imagina que, en el estado normal del universo, todos los estados de energía negativa están ocupados por electrones. Resulta de ello una densidad en todas partes uni-

forme de estos electrones de energía negativa, y Dirac supone que esta densidad uniforme es inobservable. Pero existen más electrones de los necesarios para llenar todos los estados de energía negativa, y el excedente constituye los electrones de energía positiva que se manifiestan a nosotros en la experiencia. Excepcionalmente, puede pasar un electrón de energía negativa, gracias a una transición provocada por un agente externo, a un estado de energía positiva: entonces hay aparición brusca de un electrón experimental y al mismo tiempo formación de un *agujero*, de una laguna, en la distribución de los electrones de energía negativa. Ahora bien, Dirac ha probado que una tal laguna debe ser observable experimentalmente y comportarse como un corpúsculo que tendría la masa del electrón, y una carga eléctrica igual y opuesta: ésta debe, pues, manifestarse a nosotros como un anti-electrón, como un electrón positivo. Por otra parte, la laguna formada accidentalmente no tardará en ser colmada por un electrón de energía positiva, que sufrirá espontáneamente una transición acompañada de radiación, y que lo conducirá al estado de energía negativa que momentáneamente quedó *vacío*. Así, Dirac explica la no observabilidad de los estados de energía negativa y al mismo tiempo prevé la existencia posible, por otra parte excepcional y efímera, de electrones positivos.

La hipótesis de Dirac era, ciertamente, ingeniosa, pero parecía al principio un poco artificiosa. Los físicos en su mayoría hubieran permanecido un tanto escépticos tal vez respecto a aquélla si la experiencia no hubiera probado de pronto la existencia real de electrones positivos, cuyos caracteres generales son sin duda los previstos por Dirac. En 1932, efectivamente, las hermosas experiencias de Anderson primero, de Blackett y Occhialini después, han mostrado que, en las explosiones de átomos provocadas por los rayos cósmicos, aparecían partículas que se conducían exactamente como electrones positivos. Aunque no se pueda afirmar todavía de un modo absoluta-

mente riguroso, que la masa de estas partículas nuevas sea igual a la de los electrones, y que su carga eléctrica sea igual y de signo contrario, las experiencias sucesivas han hecho esta coincidencia de más en más probable. Además, los electrones positivos han mostrado una gran tendencia a aniquilarse rápidamente al contacto de la materia con producción de radiación. Las experiencias de Thibaud y de Joliot no parecen dejar duda acerca de esto. El carácter excepcional de la aparición de los electrones positivos, su aptitud para aniquilarse, que hacen su vida efímera, son sin duda las propiedades previstas por Dirac, de manera que la situación ha sido invertida: la existencia de soluciones de energía negativa de las ecuaciones de Dirac, lejos de poder serle reprochada, muestra por el contrario que esas ecuaciones contenían en sí la existencia y las propiedades de los electrones positivos.

Sin embargo, hay que reconocer que la concepción de las *lagunas* de Dirac tropieza con dificultades bastante serias, particularmente en lo que se refiere a las propiedades electromagnéticas del vacío. Nos parece probable que la teoría de Dirac esté llamada a ser transformada en un sentido que establecerá más simetría entre los dos electrones y hará desaparecer la idea de las lagunas y las dificultades que le son inherentes. Hablaremos de ello en el último capítulo. No es menos verdadero que el descubrimiento experimental de los electrones positivos (hoy se dice positones) constituye una nueva y muy notable confirmación de las ideas que forman la base de la mecánica de Dirac. La simetría entre las especies de electrones que, bien mirado, se anuncia por ciertas particularidades analíticas de las ecuaciones de Dirac, tiene ciertamente una muy grande importancia y no cabe duda alguna de que está llamada a desempeñar un gran papel en el desarrollo futuro de las teorías físicas.

Capítulo XII

LA MECANICA ONDULATORIA DE LOS SISTEMAS Y EL PRINCIPIO DE PAULI

1. — La mecánica ondulatoria de los sistemas de corpúsculos

Hasta aquí hemos estudiado la nueva mecánica, nada más que en el caso en que un solo corpúsculo se desplaza en un campo de fuerza dado. A veces hemos admitido más o menos implícitamente que los principios análogos eran válidos en el caso de un sistema, es decir, puesto que la física admite el carácter esencialmente discontinuo de las entidades físicas elementales, en el caso de un conjunto de corpúsculos. Nos falta ahora precisar cómo se establece esta mecánica ondulatoria de los sistemas de corpúsculos.

Observemos, para empezar, que no hay verdaderamente sistema más que cuando los corpúsculos ejercen unos sobre otros interacciones: sin lo cual, se les puede considerar aisladamente y se está llevado al caso del corpúsculo único. Esta observación era, entendámoslo bien, válida también en la antigua mecánica, como lo es en la nueva.

Recordemos ahora cómo la mecánica clásica trataba el

problema del movimiento de un sistema de corpúsculos en interacción. Para cada uno de los corpúsculos ,escribía la ecuación fundamental de Newton expresando la proporcionalidad de la aceleración de un punto material con la fuerza que actúa sobre él. Puesto que hay, por hipótesis, interacción, la fuerza que actúa sobre cada uno de los corpúsculos depende de la posición de todos los demás. Las ecuaciones obtenidas forman por tanto un sistema de ecuaciones diferenciales simultáneas. Si se escriben explícitamente las ecuaciones empleando un sistema de coordenadas cartesianas rectangulares, su número es igual a tres veces el número de corpúsculos, puesto que cada corpúsculo tiene tres coordenadas. La resolución de este sistema de ecuaciones suministra, cuando es posible, la expresión de cada coordenada en función del tiempo, es decir, permite seguir la posición y el movimiento de cada corpúsculo en el transcurso del tiempo. La solución de las ecuaciones que se debe adoptar está, por otra parte, enteramente determinada si se da en cierto instante inicial la posición y la velocidad de los corpúsculos, en otros términos, la configuración y el movimiento instantáneo del sistema. Así es válido en la dinámica clásica de los sistemas el determinismo mecánico.

Sin insistir en modo alguno sobre el desarrollo de la mecánica clásica de los sistemas, recordaremos que se pueden transformar las ecuaciones del movimiento y, bajo condiciones con mucha frecuencia realizadas, ponerlas en las formas bien conocidas de las ecuaciones de Lagrange y de las ecuaciones de Hamilton. Remitimos al lector a lo que hemos dicho a este respecto en el primer capítulo. Pero, para estas formas más abstractas de las ecuaciones del movimiento, es útil adoptar una representación geométrica nueva del sistema. En lugar de representarnos el sistema en el espacio físico de tres dimensiones, imaginando la localización en cada instante de todos los corpúsculos constituyentes, podemos construir por el pensamiento, reuniendo las coordenadas de

todos los corpúsculos, un espacio abstracto que tenga tres veces tantas dimensiones como corpúsculos hay (este número de dimensiones puede, por otra parte, ser disminuído si hay vínculos que dificultan la libertad de movimiento de los corpúsculos). En este espacio abstracto que se llama espacio de configuración, cada estado del sistema está representado por un punto cuyas coordenadas son respectivamente iguales a las coordenadas de los corpúsculos del sistema. La evolución del sistema en el transcurso de tiempo estará, pues, representada por el desplazamiento de este punto representativo en el espacio de configuración. Todo el problema mecánico consiste entonces en calcular la trayectoria y el movimiento de este punto representativo, y el conjunto de las ecuaciones suministradas por la dinámica clásica puede ser considerado como las ecuaciones del movimiento de este punto. Así se vuelve a llevar el estudio de los movimientos de puntos múltiples en el espacio físico de tres dimensiones al estudio de un solo punto en el espacio abstracto de configuración. El determinismo mecánico se expresa entonces sencillamente diciendo que el movimiento del punto representativo está enteramente fijo si se conoce su posición y su velocidad iniciales en el espacio de configuración.

El empleo del espacio de configuración resulta indispensable cuando se quiere trasladar a la dinámica de los sistemas la teoría de Jacobi. Interpretada en términos físicos, esta teoría tiene por finalidad esencial agrupar los movimientos posibles en el problema considerado de modo que, en cada grupo, el conjunto de los movimientos posibles corresponda al conjunto de los rayos de una misma propagación de onda. Es evidente que, si nos representamos el conjunto de corpúsculos en movimiento en el espacio físico, es imposible establecer una tal correspondencia a causa de la multiplicidad de las trayectorias. Por el contrario, ésta se establecerá fácilmente si se considera el espacio de configuración, ya que, en este espacio, a cada movimiento corresponde una sola

trayectoria del punto representativo. La teoría de Jacobi permite por tanto, clasificar allí los movimientos posibles del sistema, es decir los movimientos posibles del punto representativo en el espacio de configuración, de modo que las trayectorias del punto representativo que pertenezcan a una misma clase representen en el espacio de configuración los rayos de una propagación de ondas en el sentido de la óptica geométrica. La ecuación de Jacobi, que alcanza a todas las coordenadas de los corpúsculos del sistema, es decir a todas las coordenadas del espacio de configuración, será la ecuación de la óptica geométrica para esta propagación de ondas en este espacio de múltiples dimensiones. El principio de mínima acción aparecerá entonces como equivalente a un principio de Fermat. Nosotros hemos explicado ya todas estas cosas en el parágrafo 4 del primer capítulo.

Puesto que la teoría de Jacobi y el principio de mínima acción abren el camino principal que conduce de la mecánica antigua a la mecánica ondulatoria, debemos esperar ver a ésta desarrollarse en el marco del espacio de configuración. Esto es lo que sucede. Generalizando el procedimiento que le suministró la ecuación de propagación para un corpúsculo, Schrödinger ha llegado a escribir una ecuación de propagación en el espacio de configuración para la onda Ψ asociada a un sistema. Esta ecuación está así construída de tal modo que, si la aproximación de la óptica geométrica es válida, vuelve a encontrarse la ecuación de Jacobi. Pero aquí la función Ψ depende, además de la variable tiempo, de todas las coordenadas de todos los corpúsculos del sistema y su propagación se opera en el espacio de configuración. El carácter simbólico de la onda Ψ está aquí más acentuado tal vez que en el caso del corpúsculo único. Puede incluso parecer completamente extraño que no se logre estudiar el movimiento del sistema en el espacio físico de tres dimensiones, que haya que pasar necesariamente para hacerlo por el intermediario del espacio abstracto de configuración. En la mecánica clásica, el empleo del

espacio de configuración es a menudo cómodo, pero siempre facultativo: se puede siempre representar el conjunto de los corpúsculos del sistema en el espacio físico. El autor de este libro ha experimentado durante mucho tiempo un cierto escrúpulo ante el empleo obligatorio del espacio de configuración en mecánica ondulatoria: hoy todavía, espera que las leyes de la mecánica ondulatoria de los sistemas podrán expresarse bajo una forma menos artificial el día en que sepamos reemplazar nuestras concepciones usuales de espacio físico, de corpúsculo, etc., por concepciones más adecuadas a la realidad.

Sea lo que fuere, la mecánica ondulatoria de los sistemas se expresa actualmente por propagaciones de ondas en el espacio de configuración, y veremos que sus métodos han sido coronados por el éxito. La cuantificación de un sistema se opera buscando para qué valor de la energía total del sistema (que es igual a la frecuencia de la onda Ψ multiplicada por h), existen ondas Ψ estacionarias en el espacio de configuración, es decir buscando los valores propios de la ecuación de propagación. Se encuentran también para los sistemas cuantificados espectros discontinuos de valores propios a los cuales corresponden funciones propias que forman un sistema completo, etc. La misma interpretación física de la mecánica ondulatoria se generaliza inmediatamente. La intensidad de la onda Ψ dará en cada punto del espacio de configuración la probabilidad para que una experiencia de localización de los corpúsculos del sistema permita asignar al sistema la configuración representada por el punto considerado. Por lo mismo, la intensidad parcial de las componentes de la descomposición espectral de la función de onda, según las funciones propias de la energía, dará las probabilidades para que una experiencia que permita medir exactamente la energía del sistema le asigne como valor uno u otro de los valores propios del hamiltoniano. En una palabra, todos los principios de interpretación probabilística se transponen inmediatamente. Notaremos también, de paso, que se puede definir

un centro de gravedad del sistema y que los teoremas clásicos de mecánica racional, como el de Koering, tienen su análogo en mecánica ondulatoria.

La mecánica ondulatoria de los sistemas, tal como ella ha resultado de los trabajos de Schrödinger, no es relativista. Ella es la *ondulización*, si está permitido expresarse así, de la mecánica newtoniana de los sistemas, y no de la mecánica einsteiniana de los sistemas, y esto por la sencilla razón de que la mecánica relativista de los sistemas jamás ha podido constituirse definitivamente. Esta impotencia de la mecánica relativista para estudiar rigurosamente el movimiento de los sistemas proviene de varias causas y, en particular, del hecho de que la teoría relativista rechaza esencialmente toda acción instantánea a distancia. La mecánica ondulatoria y relativista de Dirac se aplica solamente a los corpúsculos aislados, colocados en un campo de fuerza conocida; su generalización a los casos de los sistemas es un problema difícil que está lejos de estar completamente resuelto.

Estudiaremos en el parágrafo 4 algunas de las más hermosas aplicaciones de la mecánica ondulatoria de los sistemas: pero, antes, es necesario estudiar un caso importante en el que se presentan particularidades completamente características de la nueva mecánica: el caso de los sistemas que contienen corpúsculos de naturaleza idéntica.

2. — Sistemas que contienen partículas de la misma naturaleza. Principio de Pauli

La materia que vamos a tratar está dominada por una idea esencial y completamente nueva que se ha presentado en la teoría cuántica cuando se ha querido introducir el cuanto de acción en la mecánica estadística. Explicaremos en el parágrafo 5 cómo se efectúa esta introducción, pero por el momento nos limitaremos a enunciar la idea a la cual ha conducido. Se había admitido siem-

pre en física atómica que dos partículas de la misma naturaleza, por ejemplo dos electrones, eran siempre idénticos. Sin embargo, no se consideraba esta identidad como bastante absoluta para impedir distinguir, al menos con el pensamiento, dos corpúsculos de la misma naturaleza: así se consideraba en los cálculos estadísticos, por ejemplo, como distintos dos estados de un mismo sistema que difieren solamente por la permutación de los papeles desempeñados por dos partículas de la misma naturaleza. Si, por consiguiente, se consideraba un sistema formado de electrones, se tomaba como diferentes un estado global del sistema en el que un primer electrón tenía un estado individual *a* y un segundo electrón un estado individual *b*, y otro estado global del sistema en el que el primer electrón tenía el estado *b* y el segundo el estado *a*, siendo los estados individuales de todos los otros electrones los mismos en ambos casos. El desarrollo de las estadísticas cuánticas ha conducido a renunciar completamente a la posibilidad de distinguir dos corpúsculos de la misma naturaleza de un mismo sistema y a mirar como idénticos e indiscernibles dos estados de un sistema que no difieren el uno del otro más que por la permutación de dos corpúsculos de la misma naturaleza. Después examinaremos lo que puede significar una tal pérdida de individualidad de los corpúsculos elementales. Por el momento, sólo estudiaremos las consecuencias.

La permutabilidad de los corpúsculos de la misma naturaleza tiene consecuencias muy importantes en la mecánica ondulatoria de los sistemas. Consideremos un sistema que contiene corpúsculos de la misma naturaleza y sea Ψ una de las funciones de onda posibles de este sistema. Por definición, esta función de onda se llama *simétrica con relación a dos corpúsculos* si, permutando en su expresión las coordenadas de dos corpúsculos, no se cambia su valor. Por el contrario, se llama *antisimétrica con respecto a los dos corpúsculos* si, permutando en su expresión las coordenadas de los dos corpúsculos,

se la ve simplemente cambiar de signo. Es esencial observar que, en general, una función de onda no es ni simétrica ni antisimétrica. Pero la permutabilidad de los corpúsculos de la misma naturaleza permite demostrar el teorema capital siguiente: *si un sistema contiene corpúsculos de la misma naturaleza, existen siempre funciones de onda, unas simétricas, otras antisimétricas en relación a todos los pares de corpúsculos de la misma naturaleza.* Designaremos con las palabras *estado simétrico del sistema* un estado cuya función de onda es simétrica y por *estado antisimétrico del sistema* un estado cuya función de onda es antisimétrica. El hecho de que los potenciales de interacción dependan simétricamente de cada par de corpúsculos, permite entonces enunciar otro teorema no menos importante que el primero: *No puede producirse ninguna transición que lleve el sistema de un estado simétrico a un estado antisimétrico o de un estado antisimétrico a un estado simétrico.* En otros términos, no puede haber combinación, en el sentido de Ritz, más que entre estados de la misma naturaleza. Resulta de esto que los estados simétricos por una parte y los estados antisimétricos por la otra, forman dos conjuntos enteramente separados entre los cuales no existe ninguna comunicación. La mecánica ondulatoria puede, por tanto, conciliarse con la existencia de un principio que afirmara que, para tal o cual género de corpúsculos, los estados simétricos solamente o los estados antisimétricos solamente, son realizados en la naturaleza, puesto que, si en el origen de los tiempos, una sola especie de estados fué realizada, ha sido y será siempre lo mismo: un tal principio no es una consecuencia de la mecánica ondulatoria que admite el uno o el otro género de estados, pero es compatible con ella. Ahora debemos explicar por qué Pauli ha tenido que admitir la existencia de tal principio, por lo menos para los electrones.

Al estudiar la estructura del átomo hemos señalado (capítulo IV, parágrafo 4) el fenómeno de la saturación de los niveles energéticos y hemos subrayado su impor-

tancia fundamental, pues es éste el que regula todo el desarrollo del edificio atómico a lo largo de la serie de los elementos y todas las diferencias de propiedades químicas, ópticas o magnéticas de estos elementos. Hemos dicho también que la manera como los niveles energéticos se saturan sucesivamente por la agregación de nuevos electrones, había sido determinada empíricamente; ella está resumida por una regla dada por Stoner y que desde el principio no tuvo justificación teórica precisa. Gracias a la regla de Stoner se conoce, pues, el número máximo de electrones que cada nivel energético del átomo puede recibir. Buscando la interpretación de estos hechos, Pauli ha tenido la idea notable de que la saturación de los niveles tiene por origen la imposibilidad para dos electrones de poseer estados cuantificados rigurosamente idénticos, es decir, definidos por los mismos números cuánticos. Dicho en otros términos, la presencia de un electrón en un estado cuántico excluiría la presencia de todo otro electrón en el mismo estado: de ahí el nombre de *principio de exclusión* dado a este nuevo postulado físico. Transportado a la mecánica ondulatoria, el principio de Pauli se expresa como sigue: *para los electrones, los únicos estados realizados en la naturaleza son los estados antisimétricos.* Hemos visto que un tal enunciado es compatible con la nueva mecánica. Para ver que las dos formas dadas hace un momento al principio de exclusión son completamente idénticas, supongamos que un sistema contiene dos electrones en el mismo estado individual; si se admite, conforme al segundo enunciado, que la función de onda es antisimétrica con respecto a este par de electrones, ella debe cambiar de signo si se permuta el papel de los dos electrones, pero como los dos electrones se encuentran en estados individuales idénticos, esta permuta no puede modificar en nada la función de onda; como la función de onda debe así a la vez cambiar y no cambiar de signo por efecto de la permutación, es necesariamente idénticamente nula y este desvanecimiento de la función

de onda significa en la nueva mecánica que el estado considerado es inexistente. No puede, pues, haber dos electrones en el mismo estado individual y vemos que el segundo enunciado nos conduce al primero: la recíproca se demuestra también fácilmente.

El principio de exclusión de Pauli se expresa, por consiguiente, analíticamente en mecánica ondulatoria no admitiendo como funciones de onda de un sistema que contenga electrones más que funciones de onda antisimétricas con relación a todos los pares de electrones. Pero, en la aplicación del principio, es preciso recordar muy bien que el electrón posee un *spin*, de manera que su estado individual se expresa no solamente en función de sus coordenadas, sino del valor de su *spin*. Las funciones de onda admitidas por el principio de Pauli son las antisimétricas con relación al conjunto de las coordenadas de espacio y del *spin*. No queremos insistir aquí sobre este punto que es muy importante en el desarrollo matemático de la teoría.

El principio de Pauli tiene el mérito grande de dar la interpretación de la saturación de los niveles. Permite volver a encontrar exactamente la regla de Stoner teniendo en cuenta el hecho de que varios estados diferentes, es decir, correspondientes a conjuntos de números cuánticos diferentes, pueden tener la misma energía y pertenecer, por tanto, a un mismo nivel de energía. Basta, pues, contar para cada nivel de energía cuántos estados cuánticos diferentes corresponden a este nivel para tener, según el principio de Pauli, el número máximo de electrones correspondientes a este nivel, puesto que este número máximo es alcanzado cuando cada estado cuántico diferente es ocupado. Este cálculo conduce a la regla de Stoner. Más adelante veremos la importancia fundamental del principio de Pauli en las aplicaciones de la mecánica ondulatoria de los sistemas. Veremos también cómo conduce para los electrones a la estadística de Fermi-Dirac.

Puesto que para los electrones los estados antisimétri-

cos son los únicos posibles, se puede preguntar lo que sucede desde este punto de vista respecto a las otras partículas elementales o complejas de la microfísica. ¿Se les aplica el principio de Pauli? O bien, por el contrario, ¿son los estados simétricos los únicos posibles? Más aún: ¿están permitidas las dos clases de estados? Parece cierto que la última alternativa jamás se realiza. Los únicos estados que se realizan en la naturaleza son siempre, ya los estados antisimétricos, ya los estados simétricos. El primer caso es, como ya sabemos, el de los electrones y comprende también diversos núcleos atómicos. No puede haber más de una partícula de esta clase en cada estado cuántico individual y la estadística es siempre, según veremos, la de Fermi-Dirac. El segundo caso se presenta para los fotones, las partículas α y otros núcleos atómicos; nada en este caso se opone a la acumulación de un número cualquiera de partículas en un mismo estado cuántico, puesto que una función simétrica no cambia por permutación de dos partículas de la misma naturaleza: resulta en el caso de estas partículas de funciones de onda simétrica una estadística particular, la estadística de Bose-Einstein, de la cual la ley de Planck es la expresión para los fotones. De un modo general, parece que las partículas cuyo *spin* es un múltiplo impar de la unidad de *spin* $\frac{h}{4\pi}$ obedecen al principio de Pauli, mientras que las partículas cuyo *spin* es o bien nulo, o bien múltiplo par de la unidad *spin*, siguen la estadística de Bose. Es ésta una importante regla semi-empírica. Estas cuestiones de *spin* y de estadística desempeñan un papel importante en el estudio de los espectros de banda y también en las investigaciones sobre la constitución de los núcleos atómicos. A pesar de la importancia de estas consideraciones, no podemos desarrollarlas aquí.

El principio de exclusión de Pauli expresa una propiedad muy singular de los electrones y otras partículas

que están sometidas a él. En efecto, resulta hoy poco menos que imposible comprender cómo dos partículas idénticas pueden impedirse mutuamente tomar un mismo estado. Hay un género de interacción completamente diferente del de la física clásica y cuya naturaleza física nos escapa todavía completamente. Parece que es una tarea muy importante, y por otra parte muy difícil de la física teórica futura llegar a darnos una idea del origen físico del principio de exclusión.

Para mostrar lo lejos que estamos en este dominio de las concepciones antiguas, consideremos el caso de un gas constituído por partículas de igual naturaleza que obedezcan al principio de Pauli, por ejemplo un gas de electrones. Según el principio de exclusión, es imposible que dos electrones posean en el gas el mismo estado de movimiento rectilíneo y uniforme, pues aquí los estados cuantificados son los estados de movimiento rectilíneo y uniforme. Con las concepciones clásicas, esto querría decir que una partícula situada en un punto del recinto que contiene el gas impide a toda otra partícula del gas tomar el mismo estado que ella: y esto es completamente paradójico, puesto que el recinto que contiene el gas puede suponerse tan grande como se quiera y, por consecuencia, las moléculas tan alejadas como se quiera. Pero esta paradoja está íntimamente unida a las relaciones de incertidumbre de Heisenberg y desaparece si éstas se tienen en cuenta. En efecto, los estados de movimiento rectilíneo y uniforme de las partículas corresponden a energías bien determinadas de estas partículas y las relaciones de incertidumbre nos prohiben hablar a la vez de estados de movimiento de dos partículas y de sus posiciones: el hecho de hablar de los estados de energía de las partículas considerándolos bien definidos no permite hablar más de su alejamiento, puesto que entonces no están en modo alguno localizadas. Este ejemplo nos muestra que una interpretación física del principio de exclusión deberá hacerse necesariamente fuera del círculo de las imágenes clásicas.

3. — Aplicaciones de la mecánica ondulatoria de los sistemas

Completada la mecánica ondulatoria de los sistemas, en último análisis, por el principio de Pauli y la consideración del *spin*, ha conducido a numerosos y muy brillantes éxitos. Uno de estos éxitos ha sido la interpretación del espectro del helio. Mientras que el espectro del helio ionizado había sido interpretado desde el comienzo de la teoría de Bohr (porque el helio ionizado entra en la categoría muy simple de los sistemas de un electrón), el espectro del helio neutro era todavía un enigma. Las rayas del helio neutro se dividen, en efecto, en dos categorías completamente separadas, que corresponden a términos que, al menos en primera aproximación no se combinan. Estos dos sistemas de rayas completamente independientes recibieron el nombre de espectro del ortohelio y espectro del parahelio, y se pensó durante mucho tiempo que existían dos especies diferentes de átomos de helio, que emitían cada uno un espectro diferente. Pero pronto se cayó en la cuenta de que no había un ortohelio y un parahelio distintos: los mismos átomos de helio podían, según las circunstancias, emitir el espectro del ortohelio o el del parahelio. En una notable memoria, Heisenberg ha dado la clave del enigma. Los dos electrones planetas del átomo de helio neutro siguen el principio de Pauli, y las funciones de onda de este átomo deben ser antisimétricas con relación al conjunto de las coordenadas y de los *spins* de los dos electrones; pero pueden serlo de dos modos, ora siendo simétricas respecto a las coordenadas y antisimétricas respecto a los *spins*, ora siendo antisimétricas respecto a las coordenadas y simétricas respecto a los *spins*. Hay así dos categorías de funciones de onda y, por tanto, de términos espectrales; por otra parte, los términos espectrales que no pertenecen a la misma categoría no pueden combinarse por lo menos en primera aproximación. Basta entonces identificar una de las categorías de términos con los términos del ortohelio y la otra categoría con los del parahelio para obtener una interpretación completamente satisfactoria de la división en dos partes independientes del espectro del helio. Con ayuda de esta interpretación, Heisenberg ha conseguido descubrir varias particularidades en los espectros del ortohelio y del parahelio y en particular ésta: mientras las rayas del parahelio son simples, las del ortohelio son triples, y forman tripletes. La previsión de este pequeño hecho por la teoría de Heisenberg constituye incluso una buena verificación del principio de Pauli, pues esta diferencia entre la estructura fina de las dos series se desprende del principio de exclusión y, sin él, se estaría llevado a previsiones diferentes que no estarían de acuerdo con la experiencia.

Otra notable aplicación de la mecánica ondulatoria de los sistemas es la teoría de la molécula de hidrógeno y, más generalmente, la teoría de las moléculas homopolares. Las teorías clásicas permitían, en cierto modo, comprender el origen del vínculo que une los átomos de una molécula heteropolar, es decir de una molécula cuyos átomos tienen afinidades eléctricas diferentes. En este caso, en efecto, se puede imaginar que los diversos átomos de la molécula se han transformado en iones quitándose o cediéndose electrones; luego se puede concebir que la estabilidad del edificio molecular esté asegurada por el juego de las fuerzas de Coulomb entre los diversos iones que lo constituyen. Pero el caso de moléculas homopolares, por ejemplo el caso tan importante de las moléculas formadas por dos átomos de la misma naturaleza, era muy embarazoso para la antigua física, pues no existía ninguna razón para que los átomos de la misma afinidad eléctrica se transformaran en iones de signos contrarios y, por tanto, no se ve más qué clase de fuerzas van a poder servir de vínculo entre estos átomos neutros, ya que todas aquellas que se podrían imaginar son demasiado débiles para poder

desempeñar este papel. La mecánica ondulatoria ha permitido, y no es éste uno de sus menores triunfos, comprender la naturaleza del vínculo homopolar gracias a la introducción de las *energías de intercambio*. He aquí lo que designa esta palabra un poco misteriosa: cuando se estudia de cerca con los métodos de la mecánica ondulatoria la evolución mecánica de un sistema que contiene partículas idénticas, se advierte que, en la expresión de la energía del sistema, aparecen al lado de los términos que traducen la existencia de las interacciones conocidas entre las partículas, términos de un aspecto nuevo ligados a la posibilidad de permutar las partículas idénticas. A estos términos se les designa con el nombre de energía de intercambio. Les corresponden fuerzas de un tipo completamente nuevo de las que no es posible ninguna representación vectorial a la manera clásica y que puede tener valores muy grandes. Estas nuevas acciones son una consecuencia ineluctable del formalismo de la nueva mecánica, pero parece completamente imposible representarlas físicamente en el sentido antiguo de esta palabra. Una vez más nos encontramos en presencia de un hecho que trasciende todas las concepciones clásicas, y que nos muestra hasta qué punto es engañoso nuestro método usual de localización de los entes físicos en el espacio continuo de tres dimensiones. Es muy instructivo hacer notar lo siguiente: no hay energía de intercambio más que cuando dos partículas idénticas tienen una probabilidad no nula de encontrarse en una misma región del espacio. En otros términos, no estando generalmente localizadas las partículas en mecánica ondulatoria, éstas tienen en el espacio un cierto dominio de presencia posible: hay energía de intercambio cuando dos partículas de la misma especie tienen dominios de presencia posible que encajan el uno en el otro, y en este caso solamente. Esta observación pone en claro la relación existente entre la energía de intercambio y la no-localizabilidad de las partículas en el espacio.

Sin insistir más sobre los caracteres muy interesantes

de la energía de intercambio, queremos nosotros mostrar cómo ésta explica la formación de las moléculas homopolares. El caso más sencillo es el de la molécula de hidrógeno formada por dos átomos que contienen un electrón cada uno. Cuando dos átomos de hidrógeno, distantes al principio, se aproximan el uno al otro, tienden a formar un sistema mecánico conteniendo dos electrones, y aparece una energía de intercambio entre estos dos electrones. Se puede calcular esta energía de intercambio por los métodos de la mecánica ondulatoria teniendo en cuenta el principio de Pauli y la existencia del *spin*. Esto es lo que han hecho Heitler y London. El resultado de sus cálculos es el siguiente: si los *spins* de los dos electrones tienen el mismo sentido, la energía de intercambio corresponde a una repulsión entre los átomos, y no puede formarse ninguna molécula; sí, por el contrario, los *spins* son de sentido contrario, la energía de intercambio corresponde a una atracción entre los átomos que, por otra parte, para una muy pequeña distancia de los dos átomos, se anula y se convierte en una repulsión si los átomos se acercan más todavía, de manera que en ese caso hay tendencia a la formación de una molécula estable. Esta teoría explica muy bien la formación y las propiedades de la molécula de hidrógeno. Se puede expresar la idea esencial diciendo que los electrones de los dos átomos de hidrógeno son susceptibles de formar un par de electrones de *spins* opuestos y que un tal par, teniendo un carácter de estabilidad muy marcada, sirve de vínculo entre los dos átomos y los mantiene reunidos en una molécula. Presentada bajo esta forma, la explicación puede ser generalizada para la formación de todas las moléculas bi-atómicas y aun para aquellas que contienen más de dos átomos. Por ejemplo, consideremos una molécula bi-atómica cualquiera. Los dos átomos que son susceptibles de formar esta molécula contienen un número más o menos grande de electrones; entre éstos un cierto número forma en el átomo pares de electrones de la misma energía y de spins opuestos, pero algunos,

en pequeño número, no se encuentran en este caso. Ahora bien, estos electrones no comprendidos en un par, a los que se llama en broma *electrones solteros*, tienen una cierta tendencia, llegado el caso, a unirse a electrones de otro átomo para formar un par. El cálculo demuestra, en efecto, que, en los casos favorables, el acercamiento de dos átomos dará lugar a la formación de una molécula en la cual al menos una parte de los electrones solteros de los dos átomos habrá formado pares: la formación de estos pares es la que crea entre los dos átomos el vínculo molecular. La explicación puede evidentemente generalizarse para las moléculas formadas por más de dos átomos.

La interpretación de la formación de las moléculas por la constitución de pares de electrones de *spins* opuestos ha permitido dar una explicación de la noción de *valencia* tan fundamental en química. De un modo general, se puede decir que un átomo que contiene en su estructura normal un cierto número n de electrones solteros tendrá una valencia química igual a n. Un tal átomo podrá, en efecto, formar una molécula con n átomos de hidrógeno, puesto que cada uno de sus n electrones solteros puede formar un par con el electrón de un átomo de hidrógeno: el átomo considerado será, por tanto, n — valente o tendrá al menos una valencia máxima igual a n. Se ve, pues, que la existencia de la valencia química se relaciona con la energía de intercambio entre electrones y se explica por qué ninguna representación de las fuerzas de valencia por el esquema vectorial, acostumbrado antaño, no puede dar un resultado verdaderamente satisfactorio. Además, el hecho de que dos electrones que hayan formado un par estén en cierto modo neutralizados y no puedan ya contribuir a ninguna unión molecular, explica la saturación de las valencias, hecho absolutamente incomprensible en tanto que se trata de representar las valencias por fuerzas del tipo antiguo. Se ve, pues, cuán útil y satisfactoria es para el

espíritu la nueva teoría de la valencia fundada sobre la mecánica ondulatoria.

Pero si la base nueva de la teoría de la valencia aparece ahora como cierta, la explicación detallada de los innumerables hechos químicos que se relacionan con esta teoría (valencias múltiples o dirigidas, estereoquímica, enlace móvil, etc.), es una obra de largo aliento: ella ha sido ya abordada muy seriamente, pero esta química matemática es una ciencia difícil y queda mucho por hacer para completarla. Salvo en los casos muy simples como el de la molécula de hidrógeno, el cálculo explícito de los valores y funciones propias no es posible; es preciso entonces contentarse con enumerar los valores propios y clasificarlos según las propiedades de simetría de las funciones de onda correspondientes cuya expresión no se acierta a escribir. Entonces es necesario emplear métodos muy generales tomados de la teoría de los grupos. Esta teoría, hasta ahora muy poco conocida por los físicos, se ha convertido así de uso inevitable en esta rama de la mecánica ondulatoria; ha conducido aquí por caminos rápidos y elegantes a muy hermosos resultados de una gran generalidad. Pero como los teóricos de la física que saben bien manejar estos difíciles métodos, no siempre han tenido la posibilidad de estudiar a fondo todos los hechos numerosos y complejos de la química, debe establecerse una estrecha colaboración entre ellos y los químicos para llegar a completar los resultados ya obtenidos. Hoy es en todo caso uno de los más hermosos títulos de gloria de la nueva mecánica el haber podido explicar algunas de las leyes más importantes de la química.

4. — Las estadísticas cuánticas

Los métodos de la mecánica estadística clásica de Boltzmann y Gibbs, que obtuvieron tan grandes éxitos en la física macroscópica, debían necesariamente ser afectados por el desarrollo de la nueva mecánica. No podemos ex-

plicar aquí el pormenor de las modificaciones que la introducción del cuanto de acción ha producido en los fundamentos mismos de la mecánica estadística. Nos limitaremos a dar una idea considerando el caso de un gas perfecto y empleando las imágenes suministradas por la mecánica ondulatoria. En un gas perfecto, los átomos tienen, fuera de los choques, estados de movimiento rectilíneo y uniforme: en la mecánica estadística clásica, estos estados de movimiento forman una sucesión continua, pues todos los valores y todas las orientaciones de la velocidad son igualmente posibles. Los métodos de Boltzmann y Gibbs consisten esencialmente en enumerar las reparticiones posibles de los átomos del gas entre los estados de movimiento para una energía dada, y buscar la repartición global más probable. Desde el momento que se introduce la existencia del cuanto de acción, asociando, con la mecánica ondulatoria, la propagación de una onda al movimiento de un átomo, la situación se modifica, pues estando el gas encerrado en un recinto fijo, sólo serán físicamente posibles (según la misma concepción de la cuantificación en la nueva mecánica) las ondas estacionarias en resonancia sobre las dimensiones del recinto. Será preciso, por consiguiente, primero calcular el número de estos estados estacionarios, después evaluar las reparticiones posibles de los átomos entre estos estados para una energía total dada. Para un recinto de dimensiones macroscópicas, que es el único caso prácticamente realizable, los estados estacionarios forman, a causa de la pequeñez de la constante de Planck, una sucesión discontinua, pero extraordinariamente densa. Se podría, pues, creer que todo pasa en la práctica como si la sucesión fuera continua, y, por consecuencia, válida la mecánica estadística. Esto es exacto en una muy amplia medida y es lo que explica el éxito de los métodos estadísticos antiguos, pero sin embargo la introducción del cuanto de acción tiene repercusiones verificables en la escala macroscópica. La principal es que ésta permite la determinación de la constante de entro-

pía. En la mecánica estadística clásica, la constante de la entropía es infinita, lo que parecía muy extraño y provenía, como ahora sabemos, de que se consideraba insignificante sin saberlo el cuanto de acción, elemento indispensable de la estabilidad del mundo físico. ¡Se creía por otra parte apartar esta dificultad diciendo que, siendo la constante de la entropía arbitraria en termodinámica, poco importaba que fuera infinita! La teoría de los cuantos ha permitido atribuir a la constante de la entropía un valor finito y calcularla en función de la constante de Planck. Se ha advertido entonces que el valor de la constante de la entropía intervenía efectivamente en el cálculo completo del equilibrio entre un vapor y su fase condensada, y esto ha permitido una verificación cuantitativa del valor suministrado por la teoría de los cuantos.

Pero, para desarrollar completamente la forma cuántica de la mecánica estadística, es preciso evaluar el número de las diversas reparticiones de los átomos u otros elementos del sistema considerado entre los diversos estados cuánticamente posibles, y desde el momento que se ha planteado esta cuestión, se comprende que las consideraciones expuestas en el penúltimo parágrafo van a desempeñar aquí un papel muy importante. Primero hemos visto ya que la identidad de las partículas de la misma naturaleza nos obliga a considerar como idénticas dos reparticiones que difieren solamente por la permutación de dos de estas partículas. Esta nueva manera de contar las reparticiones, que se hubiera podido emplear en la antigua mecánica estadística, pues no es específicamente cuántica, suministra ya resultados en principio muy diferentes de los de la estadística de Boltzmann - Gibbs. Pero hay más: al hacer la enumeración de nuestras reparticiones, va a ser necesario tener en cuenta el hecho de que nuestros elementos obedezcan o no al principio de Pauli. Si obedecen al principio de Pauli, es decir si sus funciones de onda son necesariamente antisimétricas, habrá a lo sumo uno de entre ellos en

cada estado; si, por el contrario, no obedecen al principio de Pauli, siendo entonces sus funciones de onda, como sabemos, necesariamente simétricas, nada limitará el número de estos elementos que se encontrarán en cada estado posible. En uno u otro caso, se hará por tanto la enumeración de un modo completamente distinto. En el primer caso, se llegará a la estadística llamada de Fermi-Dirac, que se podría también llamar la estadística de Pauli, pues ella está virtualmente contenida en el principio de exclusión. En el segundo caso se tendrá la estadística de Bose - Einstein, que está virtualmente contenida en nuestros primeros trabajos sobre la mecánica ondulatoria.

Las dos nuevas estadísticas se confunden asintóticamente con la estadística clásica si se hace tender el valor de h hacia cero, como podía preverse *a priori*. Si se desarrollan las termodinámicas correspondientes a estas dos estadísticas, se obtienen dos termodinámicas ligeramente diferentes, las cuales también vuelven a convertirse en la termodinámica clásica para h infinitamente pequeña. Si se calculan las leyes de un gas perfecto en uno y otro caso se obtienen leyes que se apartan en sentido inverso de las leyes clásicas: así por ejemplo, en un caso el gas más compresible y en el otro caso menos compresible de lo que indica la ley de Mariotte-Gay-Lussac. Desgraciadamente, para los gases en las condiciones usuales, estos desvíos, como hemos anunciado antes, son muy pequeños. Por esta razón es imposible ponerlos en evidencia, tanto más cuanto que los gases reales no son perfectos, y sus desvíos respecto a las leyes de Mariotte-Gay-Lussac proveniendo de otras causas (interacciones de las moléculas, volumen finito ocupado por ellas, etc.), vienen a ocultar los desvíos que traducirían la influencia de la estadística. Las nuevas estadísticas no tienen, pues, verificaciones en el estudio de los gases reales; pero, por suerte, existe para cada una de ellas una aplicación importante que permite probar su exactitud. Por una parte, para la estadística de Bose-Einstein, el caso de la radiación negra y, por otra parte, para la estadística de Fermi-Dirac, el caso de los electrones en los metales. Vamos a decir algunas palabras sobre esto.

Hemos visto que los fotones no obedecen al principio de Pauli, de tal suerte que nada impide a un número cualquiera de fotones encontrarse en el mismo estado. Un gas formado de fotones, seguirá, por consiguiente, la estadística de Bose-Einstein. Ahora bien, la radiación de equilibrio presente en un recinto isotérmico es enteramente asimilable a un gas de fotones, con la diferencia sin embargo de que pudiendo absorber o emitir radiación las paredes del recinto, no es necesariamente constante el número de los fotones. Aplicando a la radiación de equilibrio y teniendo en cuenta la circunstancia que acabamos de precisar, los métodos de la estadística de Bose-Einstein, se vuelve a hallar muy fácilmente la ley de repartición espectral de Planck. Como la ley de Planck está bien verificada por la experiencia, se obtiene así una notable confirmación de la estadística de Bose-Einstein, y esta confirmación es tanto más convincente cuanto que ni la estadística clásica, ni la de Fermi-Dirac, hubieran podido conducir a hallar la verdadera repartición espectral de los fotones en la radiación de equilibrio.

La estadística de Fermi-Dirac ha hallado una notable comprobación en la teoría electrónica de los metales. Los protagonistas de la antigua teoría de los electrones, en particular Drude y Lorentz, habían tratado de explicar las propiedades de los metales, especialmente su aptitud para conducir el calor y la electricidad. Suponían que en los metales los átomos están parcialmente ionizados, y que esta ionización da origen a un gas de electrones libres en el interior del metal. Aplicando a este gas de electrones libres los métodos de la mecánica estadística, llegaron a prever de una manera satisfactoria un gran número de propiedades de los metales. Sin embargo, en esta teoría subsisten muchas dificultades; una de las más

importantes fué la relativa al calor específico de los metales, que, en razón de la presencia de los electrones libres en el metal, hubiera debido ser mucho más elevado de lo que es realmente. El desarrollo de las nuevas estadísticas ha permitido a Sommerfeld superar una parte de estas dificultades. Como los electrones están sometidos al principio de exclusión, deben seguir la estadística de Fermi-Dirac. Ahora bien, un simple cálculo numérico muestra que las condiciones en que se encuentran los electrones en los metales son muy diferentes de aquellas en que se encuentran los átomos de los gases macroscópicos ordinarios: mientras que para éstos los resultados suministrados por la estadística de Fermi-Dirac, no difieren sensiblemente de los resultados suministrados por la estadística clásica, por el contrario, para los electrones en los metales, la estadística de Fermi no da de ninguna manera los mismos resultados que la de Boltzmann. Esta divergencia procede de la extrema liviandad del electrón respecto a los átomos materiales. Si se admite la validez de las estadísticas cuánticas, es necesario por tanto retomar enteramente las teorías de Drude y de Lorentz. Esto es lo que ha hecho antes que nadie Sommerfeld. De este modo ha vuelto a hallar los resultados exactos de la antigua teoría perfeccionándolos y ha superado un gran número de dificultades que aquélla planteaba. Por ejemplo, explica fácilmente por los mismos resultados de la estadística de Fermi-Dirac, por qué los electrones libres no contribuyen sensiblemente al calor específico del metal y, por consecuencia, por qué éste tiene aproximadamente el mismo valor que si no hubiera electrones libres: así se ha evitado un enorme obstáculo encontrado por la antigua interpretación. Numerosos teóricos, entre los cuales citaremos a León Brillouin, Félix Bloch y Peierls, han continuado el camino abierto por el trabajo de Sommerfeld y han extendido en diversos sentidos los primeros resultados obtenidos. Hay ahí toda una rama importante de la física cuántica sobre la cual el marco de esta obra no nos permite desgraciadamente

extendernos. Haremos notar que al lado de brillantes resultados quedan aquí todavía sombras: por ejemplo, el fenómeno tan curioso y tan importante de la supraconductibilidad no ha sido todavía previsto en modo alguno de una manera satisfactoria.

Entre las otras aplicaciones de las estadísticas cuánticas, nos limitaremos a citar, sin insistir mucho, el hermoso empleo que Fermi ha hecho de su propia estadística en el estudio de las propiedades de los átomos, considerando atrevidamente cada átomo como un gas conteniendo algunos electrones situados en el campo central del núcleo.

5. — Los límites de la indvidualidad

La mecánica ondulatoria de los sistemas que contienen partículas de la misma naturaleza y sus estadísticas cuánticas entrañan, según hemos visto, un cierto renunciamiento a la idea de individualidad de las partículas Nos parecería un poco excesivo, sin embargo, decir que es preciso renunciar completamente a la idea de individualidad de las partículas. Nos parece que la posibilidad de individualizar las partículas está unida a la posibilidad de localizarlas en las diferentes regiones del espacio. Esta última posibilidad existe siempre, de manera que hay siempre la posibilidad de individualizar las partículas localizándolas por experiencias en los diferentes lugares del espacio. Pero la individualidad de las partículas idénticas cesa de poder ser *seguida* cuando los dominios de presencia posible de estas partículas encajan el uno en el otro en el espacio, pues un intercambio de las partículas se hace entonces posible: acerca de esto vuélvase a lo que hemos dicho en el penúltimo parágrafo respecto a la energía de intercambio. Es este último caso el que se realiza en la mayoría de los sistemas considerados por la mecánica ondulatoria, en particular en un gas en el que se supone partículas que poseen una

energía bien determinada, es decir asociadas a una onda plana monocromática (o casi) que llena todo el recinto. Se comprende entonces por qué la no-individualización de las partículas no podía intervenir en las teorías clásicas, puesto que está unida a la posibilidad, para dos partículas, de ocupar, al menos potencialmente, una misma región del espacio, posibilidad característica de las concepciones de la nueva mecánica.

Si se quiere reflexionar sobre ciertas observaciones hechas en los parágrafos 3 y 4, se verá que la no-individualidad de las partículas, el principio de exclusión y la energía de intercambio son tres misterios íntimamente unidos: se refieren los tres a la imposibilidad de representar exactamente los entes físicos elementales en el marco del espacio continuo de tres dimensiones (o más generalmente del espacio-tiempo continuo de cuatro dimensiones). Tal vez algún día, evadiéndonos fuera de este marco, conseguiremos penetrar mejor el sentido, hoy todavía oscuro, de estos grandes principios rectores de la nueva física.

Desde otro punto de vista se podría decir que la noción de individuo físico es complementaria, en el sentido de Bohr, de la noción de sistema. La partícula no tiene verdaderamente una individualidad bien definida más que cuando está aislada. Cuando entra en interacción con otras partículas, su individualidad está disminuída. Quizá no se ha notado bastante en las teorías clásicas que la noción de energía potencial de un sistema implica un cierto debilitamiento de individualidad para los constituyentes de este sistema como consecuencia de poner en común, bajo la forma de energía potencial, una parte de la energía total. En los casos considerados por la nueva mecánica en los cuales las partículas de la misma naturaleza ocupan, en cierto modo simultáneamente, la misma región del espacio, la individualidad de estas partículas se atenúa hasta desaparecer. Pasando progresivamente del caso de las partículas aisladas y sin interacciones a los casos citados en último término, se ve la noción de individualidad de las partículas esfumarse más y más a medida que se afirma mejor la individualidad del sistema. Por tanto, parece que el individuo y el sistema sean en cierto modo idealizaciones complementarias. Es ésta una idea que merece tal vez ser estudiada más detenidamente.

EPILOGO

DE ALGUNAS CUESTIONES QUE NO HAN SIDO TRATADAS EN ESTE LIBRO

1. — La mecánica ondulatoria y la luz

Hemos visto cómo las ideas fundamentales de la mecánica ondulatoria han sido sugeridas por la existencia de la naturaleza dualística de la luz. Es extendiendo a la materia las concepciones a las cuales se llega reflexionando sobre la asociación de los fotones y de las ondas luminosas, como se ha llegado a concebir e interpretar la asociación de los corpúsculos materiales con su onda Ψ. La dualidad de aspecto de la luz nos ha servido constantemente en este libro para explicar la dualidad de aspecto de la materia. En estas condiciones debe parecer completamente cierto que la teoría de la luz ha de venir a colocarse de un modo natural en el marco general de la mecánica ondulatoria. Pues bien, por paradójico que esto pueda parecer, no lo es en modo alguno. La mecánica ondulatoria ha podido establecer entre las magnitudes ondulatorias y las magnitudes corpusculares relaciones generales, de las cuales hemos hablado largamente al comienzo del capítulo VIII, relaciones que son válidas tanto para los fotones como para los corpúsculos materiales, pero la edificación sobre

esta base de una teoría completa de la luz ha tropezado con grandes dificultades. Hace algunos años Heisenberg y Pauli hicieron una hermosa tentativa para obtener una teoría cuántica de los campos, es decir, un electromagnetismo cuantificado que debe naturalmente contener en su seno una teoría cuántica de la luz. Pero esta tentativa, cuya elegancia analítica es indiscutible y de la cual subsistirán muchos resultados, tropezó con dificultades y no parece suministrar una verdadera imagen dualística de la luz. Una teoría muy parecida, si no idéntica en el fondo, ha sido desarrollada por Dirac, luego por Fermi y otros autores: ella pone mejor de relieve la existencia de los fotones y es muy interesante por muchos conceptos, pero nos parece que tampoco realiza plenamente la imagen dualística deseable.

En presencia de estas dificultades, ciertos físicos han llegado a dudar que exista una simetría real entre la luz y la materia en lo que concierne a su dualidad de naturaleza. En este punto nosotros somos de opinión completamente opuesta: la simetría entre materia y luz, que sirvió de base al desarrollo de la mecánica ondulatoria, tan satisfactoria para el espíritu, nos parece de tal manera la razón profunda del éxito de las nuevas teorías, que a nuestro parecer no podría abandonarse a ningún precio. De ahí que en estos últimos años nos hayamos esforzado para acercarnos a una verdadera concepción dualística de la luz. Diremos solamente algunas palabras aquí, pues no se trata por ahora más que de una tentativa audaz.

Hay un hecho innegable: la teoría dualística de la luz, aunque ha servido de modelo a la teoría dualística de la materia, está en retraso con respecto a ésta. ¿A qué se debe este hecho extraño? Una de sus causas es ciertamente la forma bajo la cual la mecánica ondulatoria ha adquirido primero su rápida extensión. Esta forma, como hemos visto, no es relativista; no puede por consiguiente ser aplicada más que a corpúsculos de débil velocidad con respecto a la de la luz y no

puede convenir para los fotones. Además, no contiene ningún elemento de simetría que pueda permitir definir una polarización. Otra causa que impide modelar la teoría del fotón sobre la del electrón, es que el fotón posee propiedades que le distinguen netamente del electrón. En primer lugar, como sabemos, los fotones en conjunto numerosos, obedecen a la estadística de Bose-Einstein y no a la de Fermi-Dirac como los electrones. Además en el efecto fotoeléctrico, el fotón desaparece, se aniquila, y no existe ninguna propiedad análoga para los corpúsculos materiales.

De estas observaciones generales, nosotros hemos inferido que, para constituir una teoría del fotón, es preciso ante todo emplear una forma relativista de la mecánica ondulatoria que comporte elementos de simetría del género de la polarización y, en segundo lugar, introducir *algo más* para diferenciar el fotón de los otros corpúsculos. La primera parte de este programa se realiza inmediatamente recurriendo a la teoría del electrón magnético de Dirac, que hemos estudiado anteriormente. En efecto, sabemos que la teoría de Dirac es relativista y que comporta elementos de simetría que presentan un parentesco marcado con los de la polarización de la luz. Sin embargo, no basta suponer que el fotón es un corpúsculo de masa insignificante que obedece a las ecuaciones de la teoría de Dirac, pues el modelo de fotón así obtenido, no tendría, por decirlo así, más que la mitad de la simetría del fotón real; además, obedecería al parecer, como el electrón, a la estadística de Fermi y no podría aniquilarse en el efecto fotoeléctrico. Es preciso algo más.

Este algo más nosotros hemos intentado introducirlo suponiendo que el fotón está constituído no por un corpúsculo de Dirac, sino por dos. Se puede explicar que estos dos corpúsculos o semi-fotones deben ser complementarios* el uno del otro en el mismo sentido

* Subrayaremos que la palabra *complementario* no está tomada aquí en el sentido de Bohr.

que el electrón positivo es complementario del electrón negativo en la teoría de los agujeros de Dirac (ver capítulo XI, parágrafo 5). Un tal par de corpúsculos complementarios es susceptible de aniquilarse al contacto de la materia cediendo toda su energía, y esto explica perfectamente los caracteres del efecto fotoeléctrico. Además, el fotón, al estar constituído por dos corpúsculos elementales de *spin* $\frac{h}{4\pi}$, debe obedecer a la estadística de Bose-Einstein, como lo exige la exactitud de la ley de Planck para la radiación negra. Finalmente, este modelo de fotón permite definir un campo electromagnético ligado a la probabilidad de aniquilamiento del fotón, campo que obedece a las ecuaciones de Maxwell y posee todos los caracteres de la onda electromagnética luminosa. Aunque sea todavía prematuro pronunciarse definitivamente sobre el valor de esta tentativa, es indiscutible que conduce a resultados interesantes y que llama fuertemente la atención sobre las propiedades de simetría de los corpúsculos complementarios, cuya existencia, sugerida por la teoría de Dirac, ha sido verificada por el descubrimiento del electrón positivo.

2. — La física del núcleo

Nuestros conocimientos sobre el núcleo del átomo se han desarrollado con una prodigiosa rapidez en el transcurso de los últimos años. Toda una ciencia nueva, la física del núcleo, de una incomparable riqueza, está en vías de constituirse. Puede parecer, pues, extraño, que abordemos un tema tan importante tardíamente. Pero nuestra intención no es exponer la física del núcleo, y advertimos dos razones que nos aconsejan abstenernos de ello. La primera de estas razones es la extensión de los recientes descubrimientos hechos en este terreno; para dar una idea, aunque fuera poco completa, nos sería

preciso escribir un segundo volumen o aumentar de una manera inaceptable la longitud de éste. Una segunda razón es que nuestros conocimientos sobre el núcleo son hoy más bien de orden experimental. La teoría ha penetrado todavía muy poco en la física del núcleo y los esfuerzos hechos en ese sentido permanecen bastante aleatorios. Es incluso probable que la nueva mecánica deberá sufrir a su vez modificaciones para poder explicarnos cómo se comportan en el dominio inimaginablemente pequeño del núcleo los muy numerosos elementos que se encuentran reunidos o fundidos en él. Teorías como la de Gamow no nos dan ciertamente más que un esquema bastante grosero, y la muy notable tentativa de Heisenberg no es con seguridad tampoco más que un primer esquema. En realidad, la física del núcleo se encuentra todavía casi en el estado de la constatación pura y simple de los hechos y del establecimiento de las leyes empíricas; su estado actual es bastante parecido al estado de la espectroscopia antes de la teoría de Bohr. Así, habiendo tenido la intención de escribir un libro orientado principalmente hacia la exposición de las teorías cuánticas contemporáneas, no hemos creído deber consagrar más de un parágrafo final a la física del núcleo a pesar de su importancia en el movimiento científico de la hora presente.

Queremos limitarnos ahora a decir algunas palabras sobre el desarrollo maravilloso de nuestros conocimientos en física nuclear, dejando totalmente a un lado cuestiones tan importantes como, por ejemplo, la de los isótopos o la del *spin* de los núcleos.

El núcleo del átomo del número atómico N lleva, como hemos visto, una carga positiva igual a N veces la del protón, y es la sede de la casi totalidad de la masa del átomo. Desde hace mucho tiempo se ha supuesto que los núcleos atómicos están formados de protones y de electrones, el número de protones sobrepasando en N unidades el número de los electrones intranucleares y debiéndose toda la masa prácticamente a los protones.

Esta idea de que el núcleo es complejo está impuesta en cierto modo por la interpretación de la radioactividad.

El descubrimiento de la radioactividad, esbozada por Henri Becquerel, ha sido obra de Pierre Curie y de su colaboradora y esposa, María Sklodowska, cuya muerte ha producido un duelo cruel en la ciencia francesa.

Los cuerpos radioactivos son elementos pesados que llevan los números más elevados en la serie de Mendelejeff (de 83 a 92). Se caracterizan por el hecho de ser espontáneamente inestables, es decir que, de un momento a otro, el núcleo de uno de sus átomos hace explosión y se transforma en un átomo más liviano. Esta descomposición está acompañada, en general, por la explosión de electrones (rayos β), de átomos de helio ionizados (rayos α) y de radiaciones muy penetrantes de muy altas frecuencias (rayos γ). El descubrimiento de estos fenómenos ha tenido para los físicos el enorme interés de probarles que los núcleos son edificios complejos, que descomponiéndose un núcleo complicado puede dar nacimiento a núcleos más simples, realizando así la transmutación de los elementos soñada por los alquimistas de la Edad Media. Desgraciadamente, la radioactividad es un fenómeno sobre el cual no sabemos ejercer ninguna influencia y que, por consiguiente, nos vemos reducidos a observar sin poder modificar las modalidades. Así, un gran progreso ha sido realizado cuando, veinte años después del descubrimiento de la radioactividad, en 1919, el gran físico inglés lord Rutherford consiguió realizar la desintegración artificial de los elementos. Bombardeando átomos livianos con ayuda de partículas α (emitidas ellas mismas por cuerpos radioactivos), llegó a romper el núcleo de estos átomos. Se obtienen así átomos más simples y se realiza una verdadera transmutación artificial. Naturalmente esta transmutación no ha sido realizada hasta hoy más que para cantidades de materia tan pequeñas que no tiene todavía interés

práctico; pero su interés teórico es enorme, pues nos muestra la unidad de la materia y nos informa sobre la constitución de los núcleos. El estudio de estas transmutaciones artificiales se ha desarrollado enormemente en los últimos años, y una pléyade de sabios, cuyos nombres no citaré por temor a incurrir en omisiones, han aportado casi diariamente nuevos resultados de un indecible interés.

No puedo entrar aquí en modo alguno en el pormenor de los resultados obtenidos que han conducido a una especie de química del núcleo, en la cual las transmutaciones se representan con ayuda de ecuaciones completamente análogas a las que emplean, desde hace mucho tiempo, los químicos para representar las reacciones químicas ordinarias. Pero quiero insistir sobre dos descubrimientos fundamentales hechos de una manera inesperada en el curso de estas investigaciones. El primero es el descubrimiento del neutrón. Prosiguiendo ciertas experiencias de desintegración, Chadwick, por una parte, y los esposos Joliot, por otra, han comprobado la presencia en los productos de desintegración de un nuevo género de corpúsculos desconocido hasta entonces. Estos corpúsculos que pasan muy fácilmente a través de la materia, parecen desprovistos de carga eléctrica y poseen una masa sensiblemente igual a la del protón. Se les llama ahora los *neutrones*, y parece cierto que desempeñan un papel importante en la constitución de los núcleos. Transcurrido menos de un año después del descubrimiento del neutrón (1932), se descubrió un cuarto género de corpúsculos elementales, que venía a agregarse al electrón, al protón y al neutrón: eran éstos los electrones positivos de los cuales hemos tenido ya ocasión de hablar varias veces y que debían desempeñar también un gran papel en los fenómenos cuya sede es el núcleo de los átomos.

Como consecuencia de estos sensacionales descubrimientos, la situación se ha encontrado mucho más com-

plicada que antes, pues conocemos ahora cuatro especies de corpúsculos elementales o que parecen tales. ¿Son verdaderamente todos ellos elementales? No, sin duda; parece lo más probable que uno de los cuatro debe ser complejo. Se puede, por ejemplo, suponer que el protón y los dos electrones son elementales, y que el neutrón está formado entonces de un protón responsable de la casi totalidad de la masa y de un electrón cuya carga eléctrica neutraliza la del protón. Se puede también suponer (y esta hipótesis nos parece la más seductora) que los corpúsculos elementales son el neutrón y los dos electrones: el protón estaría entonces formado de un neutrón y de un electrón positivo, y perdería su rango de corpúsculo simple. Sea lo que fuere, se ve hasta qué punto el descubrimiento del neutrón y del electrón positivo aporta nuevas posibilidades y enriquece nuestro conocimiento del mundo atómico.

Digamos todavía una palabra sobre los rayos cósmicos. Una serie de trabajos hechos desde hace algunos años, y entre los cuales no citaré más que los de Regener y Millikan, han demostrado la existencia de una radiación extraordinariamente penetrante que parece venir del espacio interplanetario. Se ha descubierto que esta radiación produce sobre la materia efectos extraordinariamente poderosos, provocando múltiples desintegraciones atómicas. El estudio de los rayos cósmicos es difícil y, a pesar de los grandes progresos realizados para su conocimiento, su naturaleza resulta aún bastante incierta; pero es probable que se obtengan próximamente por este lado también numerosos e interesantes resultados.

Así, en el dominio del núcleo, cada día que pasa nos aporta nuevas revelaciones y nos abre horizontes maravillosos e inesperados. Y los jóvenes físicos entregados a estas hermosas investigaciones, cuyo esfuerzo nos ofrece sin cesar nuevos motivos de asombro o de admiración, evocan la imagen de aquellos audaces navegan-

tes de los pasados siglos que, al partir para la conquista de las Indias occidentales, vieron con estupor aparecer ante sus ojos las profundidades desconocidas de los cielos del hemisferio austral...

O, a proa de sus naves viendo las blancas huellas,
Atónitas miraban por un cielo ignorado
del fondo del Océano subir nuevas estrellas.... *

* *Les Conquérants*, de José María de Heredia. Traducción de Antonio de Zayas.

INDICE

INTRODUCCIÓN

IMPORTANCIA DE LOS CUANTOS

CAPÍTULO PRIMERO

LA MECANICA CLASICA

CAPÍTULO II

LA FISICA CLASICA

CAPÍTULO III

ATOMOS Y CORPUSCULOS

CAPÍTULO IV

LA TEORIA DE LA RELATIVIDAD